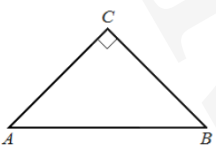
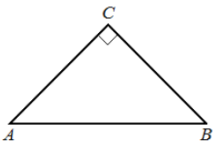
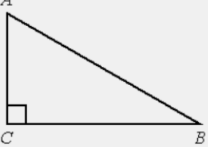
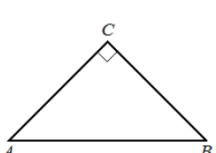
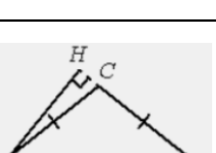
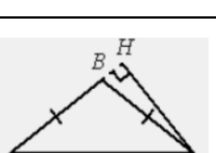
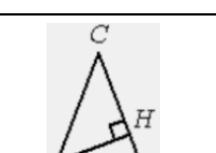
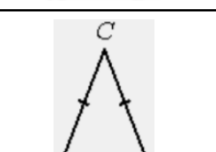
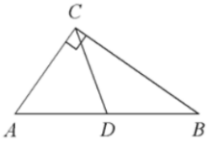
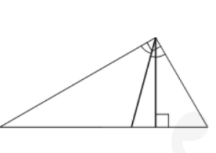
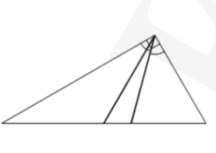


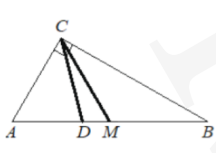
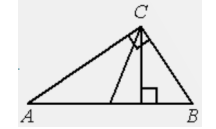
## ТРИГОНОМЕТРИЯ

Рисунок	Вопрос задачи	Пример	Решение / Лайфхак
	Найдите $\cos A$ .	В треугольнике ABC угол C равен $90^\circ$ , $AB = 10$ , $BC = \sqrt{19}$ . Найдите $\cos A$ .	1) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 19} = 9$ 2) $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{10} = 0.9$
	Найдите $\sin A$ .	В треугольнике ABC угол C равен $90^\circ$ , $AB = 10$ , $AC = \sqrt{51}$ . Найдите $\sin A$ .	1) $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{100 - 51} = 7$ 2) $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{10} = 0.7$
	Найдите $\sin B$ .	В треугольнике ABC угол C равен $90^\circ$ , $BC = 6$ , $AB = 10$ . Найдите $\sin B$ .	1) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$ 2) $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{10} = 0.8$
	Найдите AB.	В треугольнике ABC угол C равен $90^\circ$ , $AC = 6$ , $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ . Найдите AB.	1) Найди CB. Умножай AC на числитель тангенса и дели на его знаменатель $CB = (6 \cdot \sqrt{5}) / 2 = 3\sqrt{5}$ 2) $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{36 + 45} = 9$
	Найдите $\sin BAC$ .	В треугольнике ABC $AC = BC$ , $AB = 20$ , высота $AH = 8$ . Найдите синус угла BAC.	Дели меньшее число на большее $8 : 20 = 0.4$
	Найдите $\sin ACB$ .	В треугольнике ABC $AC = BC$ , $AC = 14$ , высота $CH = 7$ . Найдите синус угла ACB.	Дели меньшее число на большее $7 : 14 = 0.5$
	Найдите $\cos BAC$ .	В треугольнике ABC $AC = BC$ , $AB = 15$ , высота $BH = 6$ . Найдите косинус угла BAC.	Дели меньшее число на большее $6 : 15 = 0.4$
	Найдите $\cos A$ .	В треугольнике ABC $AC = BC = 20$ , $AB = 28$ . Найдите $\cos A$ .	1) Подели AB на 2 $28 : 2 = 14$ 2) Полученное подели на AC $14 : 20 = 0.7$

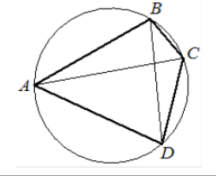
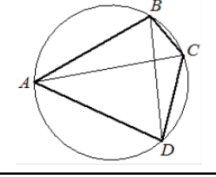
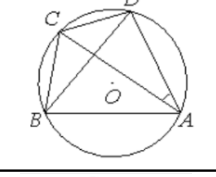
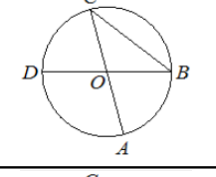
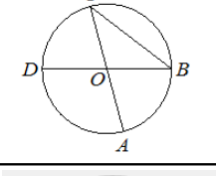
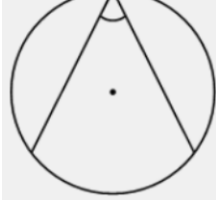
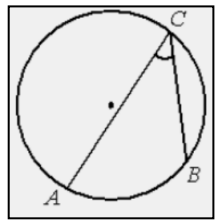
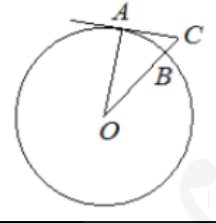
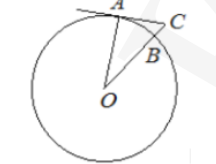
## МЕДИАНЫ, БИСSEКТРИСЫ И ВЫСОТЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

	Найдите угол ACD.	В треугольнике ABC CD - медиана, угол C равен $90^\circ$ , угол B равен $35^\circ$ . Найдите угол ACD.	Из $90$ вычитай угол B $90 - 35 = 55$
	Найдите меньший угол треугольника.	В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой равен $14^\circ$ . Найдите меньший угол треугольника.	Из $45$ вычитай угол в условии задачи $45 - 14 = 31$
	Найдите меньший угол треугольника.	Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника равен $14^\circ$ . Найдите меньший угол треугольника.	Из $45$ вычитай угол в условии задачи $45 - 14 = 31$

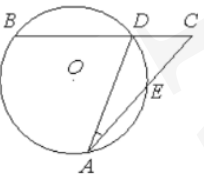
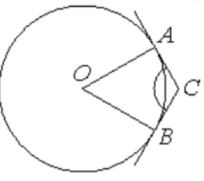
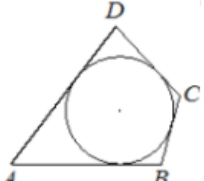
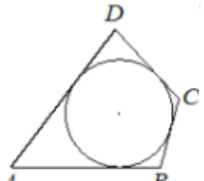
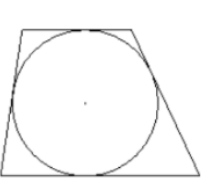
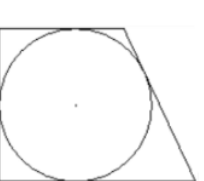



## МЕДИАНЫ, БИСЕКТРИСЫ И ВЫСОТЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Рисунок	Вопрос задачи	Пример	Решение / Лайфхак
	Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM.	Острый угол B прямоугольного треугольника равен 21. Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM.	Из 45 вычитай угол в условии задачи $45 - 21 = 24$
	Найдите угол между высотой и медианой.	Острые углы прямоугольного треугольника равны 52 и 38. Найдите угол между высотой и медианой.	Из 90 два раза вычитай меньший угол $90 - 38 - 38 = 14$


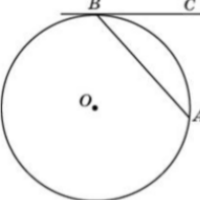
## ОКРУЖНОСТЬ

	Найдите угол ABC.	Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен $61^\circ$ , угол CAD равен $37^\circ$ . Найдите угол ABC.	Сложи два числа в условии : $61 + 37 = 98$
	Найдите угол ABD.	Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен $98^\circ$ , угол CAD равен $44^\circ$ . Найдите угол ABD.	Из большего числа в условии вычитай меньшее : $98 - 44 = 54$
	Найдите угол CAD.	Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен $82^\circ$ , угол ABD равен $47^\circ$ . Найдите угол CAD.	Из большего числа в условии вычитай меньшее : $82 - 47 = 35$
	Найдите вписанный угол ACB.	Отрезки AC и BD - диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен $130^\circ$ . Найдите вписанный угол ACB.	1) Из 180 вычитай угол в условии $180 - 130 = 50$ 2) Полученное дели на 2 $50 : 2 = 25$
	Найдите угол AOD.	Отрезки AC и BD - диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен $32^\circ$ . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.	1) Угол в условии умножай на 2 $32 \times 2 = 64$ 2) Из 180 вычитай полученное $180 - 64 = 116$
	Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу.	Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, равную $\frac{3}{5}$ окружности. Ответ дайте в градусах.	1) Дели 360 на знаменатель дроби $360 : 5 = 72$ 2) Полученное умножай на числитель дроби $72 \times 3 = 216$ 3) Полученное дели на 2 $216 : 2 = 108$
	Найдите вписанный угол ACB.	На окружности отмечены точки A, B и C. Дуга окружности, не содержащая точку B, составляет $200^\circ$ . Дуга BC, без точки A равна $80^\circ$ . Найдите вписанный угол ACB.	1) Из 360 вычитай числа в условии $360 - 200 - 80 = 80$ 2) Полученное дели на 2 $80 : 2 = 40$
	Найдите градусную меру дуги AB окружности.	Угол ACO равен $62^\circ$ . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Найдите градусную меру дуги AB окружности, заключенной внутри угла.	Из 90 вычитай угол в задании $90 - 62 = 28$
	Найдите угол ACO.	Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности с центром O, отрезок CO пересекает окружность в точке B, а дуга AB равна $17^\circ$ .	Из 90 вычитай угол в задании $90 - 17 = 73$

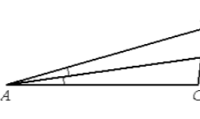
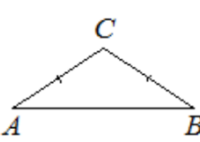
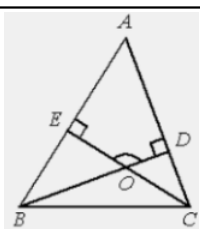
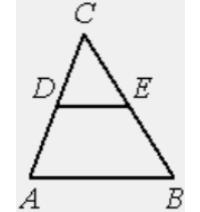
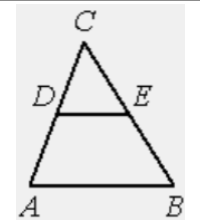
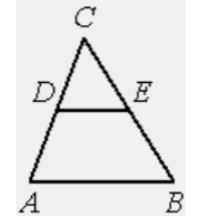
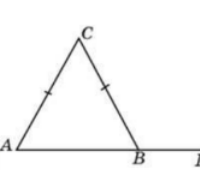
## ОКРУЖНОСТЬ

Рисунок	Вопрос задачи	Пример	Решение / Лайфхак
	Найдите угол DAE.	Угол ACB равен $54^\circ$ . Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна $138^\circ$ . Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Дели дугу AB на 2   <math>138 : 2 = 69</math></li> <li>2) Из 180 вычитай полученное   <math>180 - 69 = 111</math></li> <li>3) Полученное складывай с углом ACB   <math>111 + 54 = 165</math></li> <li>4) Из 180 вычитай полученное   <math>180 - 165 = 15</math></li> </ol>
	Найдите угол ACB.	Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC. Меньшая дуга AB равна 58. Найдите угол ACB.	Из 180 вычитай угол по заданию $180 - 58 = 122$
	Найдите четвертую сторону четырёхугольника.	В четырёхугольнике ABCD вписана окружность, $AB=19$ , $BC=7$ и $CD=10$ . Найдите четвертую сторону четырёхугольника.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Сложи первое и третье число <math>19 + 10 = 29</math></li> <li>2) Из полученного вычитай второе число <math>29 - 7 = 22</math></li> </ol>
	Найдите периметр четырёхугольника.	В четырёхугольнике ABCD вписана окружность, $AB=22$ , $CD=17$ . Найдите периметр четырёхугольника ABCD.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Сложи числа в условии <math>22 + 17 = 39</math></li> <li>2) Полученное умножай на 2 <math>39 \times 2 = 78</math></li> </ol>
	Найдите среднюю линию трапеции.	Боковые стороны трапеции, описанной около окружности равны 16 и 22. Найдите среднюю линию трапеции.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Сложи числа в условии <math>16 + 22 = 38</math></li> <li>2) Полученное дели на 2 <math>38 : 2 = 19</math></li> </ol>
	Найдите радиус окружности.	Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 12. Найдите радиус окружности.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Периметр дели на 2   <math>40 : 2 = 20</math></li> <li>2) Из полученного вычитай боковую сторону <math>20 - 12 = 8</math></li> <li>3) Полученное дели на 2 <math>8 : 2 = 4</math></li> </ol>
	Найдите больший или меньший из оставшихся углов.	Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны $59^\circ$ и $83^\circ$ . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Найди первый оставшийся угол из 180 вычитай первое число   <math>180 - 59 = 121</math></li> <li>2) Найдите второй оставшийся угол из 180 вычитай второе число   <math>180 - 83 = 97</math></li> <li>3) Укажи угол по вопросу задачи</li> </ol>
	Найдите угол BCD.	Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол BAD равен $48^\circ$ . Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.	Из 180 вычитай угол по заданию $180 - 48 = 132$
	Найдите центральный угол.	Найдите центральный угол, если он на $28^\circ$ больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.	Число в условии умножай на 2 $28 \times 2 = 56$

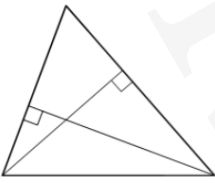
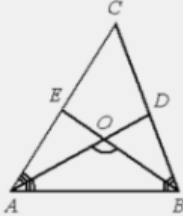
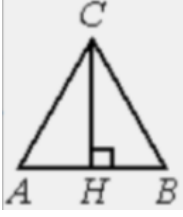
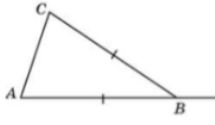
## ОКРУЖНОСТЬ

Рисунок	Вопрос задачи	Пример	Решение / Лайфхак
	Найдите вписанный угол.	Центральный угол на $32^\circ$ больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол.	Запиши число из условия в ответ $32$
	Найдите угол ABC.	Хорда AB стягивает дуги окружности в $92^\circ$ . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку B.	Число в условии подели на 2 $92 : 2 = 46$

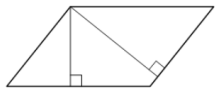
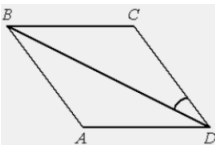


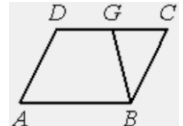
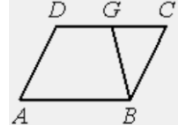
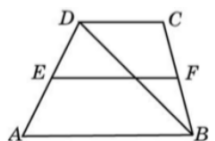
## ТРЕУГОЛЬНИК

	Найдите угол B.	В треугольнике ABC AD - биссектриса, угол C равен $130^\circ$ , угол CAD равен $7^\circ$ . Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.	<ol style="list-style-type: none"> <li>Второе число в условии умножай на 2 <math>7 \times 2 = 14</math></li> <li>Сложи полученное с первым углом <math>14 + 130 = 144</math></li> <li>Из 180 вычитай полученное   <math>180 - 144 = 36</math></li> </ol>
	Найдите угол C.	В треугольнике ABC угол A равен $37^\circ$ , стороны AC и BC равны. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.	<ol style="list-style-type: none"> <li>Число в условии умножай на 2 <math>37 \times 2 = 74</math></li> <li>Из 180 вычитай полученное <math>180 - 74 = 106</math></li> </ol>
	Найдите угол DOE.	В треугольнике ABC угол A равен $56^\circ$ , углы B и C - острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.	Из 180 вычитай число в условии $180 - 56 = 124$
	Найдите площадь треугольника ABC.	В треугольнике ABC DE - средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 24. Найдите площадь треугольника ABC.	Число в условии умножай на 4 $24 \times 4 = 96$
	Найдите площадь треугольника CDE.	Площадь треугольника ABC равна 24. DE - средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.	Число в условии дели на 4 $24 : 4 = 6$
	Найдите площадь трапеции ABED.	Площадь треугольника ABC равна 24, DE - средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции ABED.	<ol style="list-style-type: none"> <li>Число в условии дели на 4 <math>24 : 4 = 6</math></li> <li>Из площади треугольника ABC вычитай полученное <math>24 - 6 = 18</math></li> </ol>
	Найдите угол C.	В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен $163^\circ$ . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.	<ol style="list-style-type: none"> <li>Умножай число в условии на 2 <math>163 \times 2 = 326</math></li> <li>Из полученного вычитай 180 <math>326 - 180 = 146</math></li> </ol>

## ТРЕУГОЛЬНИКИ

Рисунок	Вопрос задачи	Пример	Решение / Лайфхак
	Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон.	Две стороны треугольника равны 21 и 28. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 15. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон.	1) Большую сторону умножить на высоту : $28 \times 15 = 420$ 2) Полученное поделить на меньшую сторону : $420 : 21 = \underline{20}$
	Найдите угол AOB.	В треугольнике ABC угол C равен $58^\circ$ , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O. Найдите угол AOB.	1) Угол в условии поделить на 2 $58 : 2 = 29$ 2) К полученному прибавить 90 $29 + 90 = 119$
	Найдите AB.	В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $45\sqrt{3}$ . Найдите AB.	Число перед корнем умножить на 2 $45 \times 2 = 90$
	Найдите угол C.	В треугольнике ABC $AB = BC$ . Внешний угол при вершине B равен $168^\circ$ . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.	Число в условии дели на 2 $168 : 2 = 84$

## ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

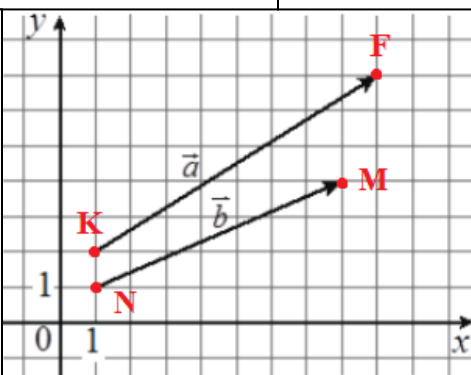
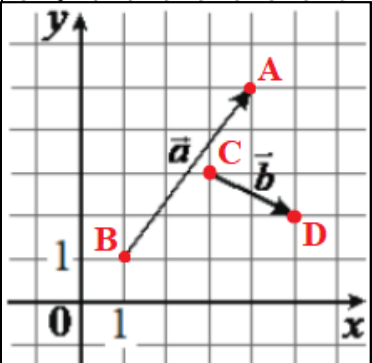
	Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.	Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.	1) Меньшую сторону умножить на высоту : $24 \times 18 = 432$ 2) Полученное поделить на большую сторону : $432 : 27 = \underline{16}$
	Найдите угол BDC.	В ромбе ABCD угол DAB равен $148^\circ$ . Найдите угол BDC. Ответ дайте в градусах.	1) Из 180 вычитать число в условии $180 - 148 = 32$ 2) Полученное дели на 2 $32 : 2 = 16$
	Найдите больший угол.	Один угол параллелограмма больше другого на $52^\circ$ . Найдите больший угол.	1) К числу в условии прибавить 180 $180 + 52 = 232$ 2) Полученное дели на 2   $232 : 2 = 116$
	Найдите меньший угол.	Один угол параллелограмма больше другого на $52^\circ$ . Найдите меньший угол.	1) Из 180 вычитать угол в условии $180 - 52 = 128$ 2) Полученное дели на 2   $128 : 2 = 64$
	Найдите площадь треугольника.	Площадь параллелограмма равна 132. Найдите площадь треугольника BGC.	Число в условии дели на 4 $132 : 4 = 33$
	Найдите площадь трапеции.	Площадь параллелограмма равна 132. Найдите площадь трапеции ADGB.	Число в условии дели на 4, и умножай на 3 полученное $(132 : 4) \times 3 = 33 \times 3 = 99$
	Найдите больший из отрезков.	Основания трапеции равны 6 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию одна из диагоналей.	Большее число в условии дели на 2 $11 : 2 = 5.5$

**Разработчик Евгений Копытов.**

**Векторы. Задание №2. Теория**

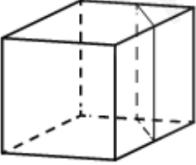
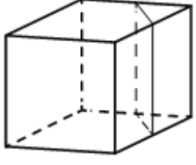
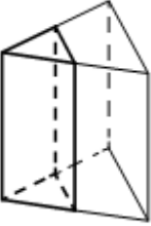
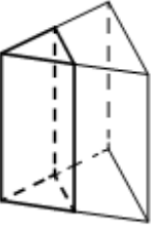
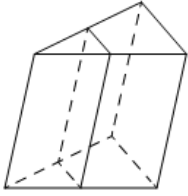
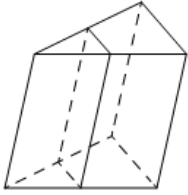
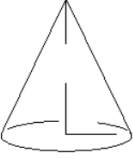
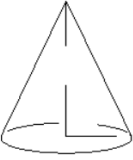

Операция	Порядок действий / Формула
Скалярное произведение двух векторов через их координаты	<p align="center">Вектор <math>\vec{a} (X_a; Y_a)</math> ; Вектор <math>\vec{b} (X_b; Y_b)</math></p> <p align="center">Скалярное произведение <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = X_a \cdot X_b + Y_a \cdot Y_b</math></p>
Скалярное произведение двух векторов через их длины и косинус угла между ними	<p align="center">Вектор <math>\vec{a} :  \vec{a} </math> - длина вектора <math>\vec{a}</math></p> <p align="center">Вектор <math>\vec{b} :  \vec{b} </math> - длина вектора <math>\vec{b}</math></p> <p align="center">Скалярное произведение <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos a</math></p>
Координаты вектора по двум точкам	<p align="center"><math>A (X_a; Y_a)</math> ; <math>B (X_b; Y_b)</math></p> <p align="center"><math>\vec{AB} (X_b - X_a ; Y_b - Y_a)</math></p>
Длина вектора по его найденным координатам	<p align="center"><math>\vec{AB} (X ; Y)</math></p> <p align="center">Длина вектора <math>\vec{AB} = \sqrt{X^2 + Y^2}</math></p>
Умножение вектора на число	<p align="center"><math>\vec{AB} (X ; Y)</math></p> <p align="center"><math>K \cdot \vec{AB} (KX ; KY)</math></p>

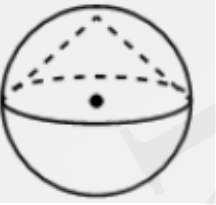
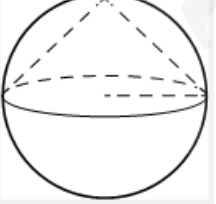
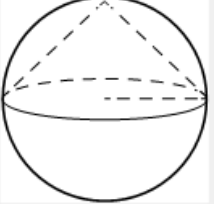
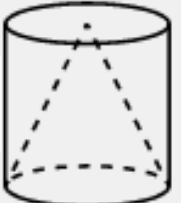
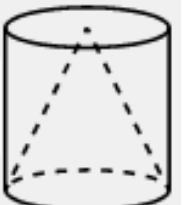
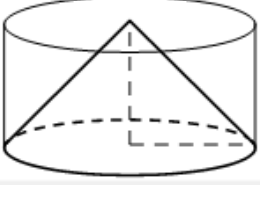
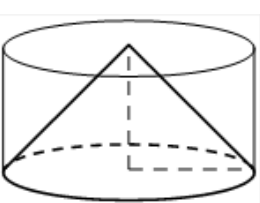
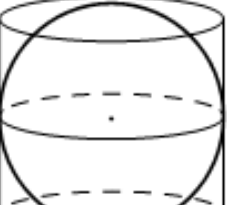
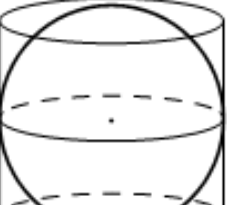
**Векторы. Задание №2. Практика**

Задание	Решение				
Даны векторы $\vec{a} (13 ; -2)$ и $\vec{b} (5 ; -8)$ . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .	<p align="center">Скалярное произведение = <math>13 \cdot 5 + (-2) \cdot (-8) = 65 + 16 = 81</math></p>				
Длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны 4 и 6, а угол между ними равен $60^\circ$ . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .	<p align="center">Скалярное произведение = <math>4 \cdot 6 \cdot 0.5 = 12</math></p>				
На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .					
	<table border="1"> <tr> <td><math>F(9; 7)</math></td> <td><math>K(1; 2)</math></td> <td><math>N(1; 1)</math></td> <td><math>M(8; 4)</math></td> </tr> </table>	$F(9; 7)$	$K(1; 2)$	$N(1; 1)$	$M(8; 4)$
	$F(9; 7)$	$K(1; 2)$	$N(1; 1)$	$M(8; 4)$	
	<p align="center"><math>\vec{a} (9 - 1 ; 7 - 2) = (8; 5)</math></p>				
<p align="center"><math>\vec{b} (8 - 1 ; 4 - 1) = (7; 3)</math></p> <p align="center"><math>\vec{a} \cdot \vec{b} = 8 \cdot 7 + 5 \cdot 3 = 56 + 15 = 71</math></p>					
На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$ .					
	<table border="1"> <tr> <td><math>A(4; 5)</math></td> <td><math>B(1; 1)</math></td> <td><math>D(5; 2)</math></td> <td><math>C(3; 3)</math></td> </tr> </table>	$A(4; 5)$	$B(1; 1)$	$D(5; 2)$	$C(3; 3)$
	$A(4; 5)$	$B(1; 1)$	$D(5; 2)$	$C(3; 3)$	
	<p align="center"><math>\vec{a} (4 - 1 ; 5 - 1) = (3; 4)</math></p> <p align="center"><math>\vec{b} (5 - 3 ; 2 - 3) = (2; -1)</math></p>				
	<p align="center"><math>4\vec{b} (8; -4)</math></p> <p align="center"><math>\vec{a} + 4\vec{b} (3 + 8 ; 4 + (-4)) = (11; 0)</math></p>				
<p align="center">Длина <math>\vec{a} + 4\vec{b} = \sqrt{11^2 + 0^2} = \sqrt{121} = 11</math></p>					

## Шпора по №3. Разработчик Евгений Копытов.

## СТЕРЕОМЕТРИЯ

Рисунок	Вопрос задачи	Пример	Решение / Лайфхак
	Найдите объём куба.	Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер равен 1.5. Найдите объём куба.	Число в условии умножай на 8 $1.5 \times 8 = \underline{12}$
	Найдите объём треугольной призмы.	Объём куба равен 20. Найдите объём треугольной призмы.	Число в условии дели на 8 $20 : 8 = \underline{2.5}$
	Найдите объём отсечённой треугольной призмы.	Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 48, проведена плоскость. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.	Число в условии дели на 4 $48 : 4 = \underline{12}$
	Найдите объём этой призмы.	Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой призмы равен 15.	Число в условии умножай на 4 $15 \times 4 = \underline{60}$
	Найдите площадь боковой поверхности отсечённой призмы.	Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Найдите площадь поверхности отсечённой призмы.	Число в условии дели на 2 $24 : 2 = \underline{12}$
	Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.	Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 43. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.	Число в условии умножай на 2 $43 \times 2 = \underline{86}$
	Во сколько раз увеличится объём конуса.	Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличить в 8 раз, а высоту оставить прежней?	Число в условии умножай на себя $8 \times 8 = \underline{64}$
	Во сколько раз увеличится объём конуса.	Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания оставить прежним, а высоту увеличить в 4 раза?	В ответ запиши число в условии $\underline{4}$
	Найдите образующую конуса.	Около конуса описана сфера. Радиус сферы равен $10\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.	Число перед знаком корня умножай на 2 $10 \times 2 = \underline{20}$

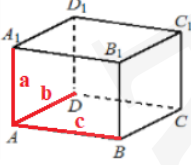
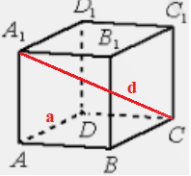
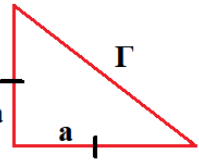
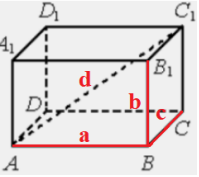
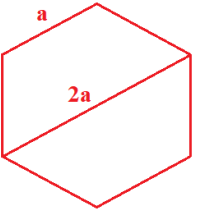
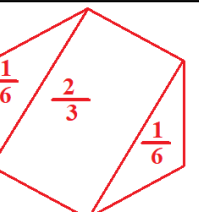
	Найдите радиус сферы.	Около конуса описана сфера. Образующая конуса равна $50\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.	В ответ запиши число перед знаком корня в условии <u>50</u>
	Найдите объём шара.	Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 47. Найдите объём шара.	Число в условии умножай на 4 $47 \times 4 = \underline{188}$
	Найдите объём конуса.	Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 60. Найдите объём конуса.	Число в условии дели на 4 $60 : 4 = \underline{15}$
	Вычислите объём цилиндра.	Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 57.	Число в условии умножай на 3 $57 \times 3 = \underline{171}$
	Вычислите объём конуса.	Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём конуса, если объём цилиндра равен 162.	Число в условии дели на 3 $162 : 3 = \underline{54}$
	Найдите площадь боковой поверхности конуса.	Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $5\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.	В ответ запиши число перед знаком корня <u>5</u>
	Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.	Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Площадь боковой поверхности конуса равна $3\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.	Число перед знаком корня умножай на 2 $3 \times 2 = \underline{6}$
	Найдите объём цилиндра.	Шар объём которого равен 18, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.	Число в условии умножай на 1.5 $18 \times 1.5 = \underline{27}$
	Найдите объём цилиндра.	Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара. Найдите объём шара.	Число в условии дели на 1.5 $18 : 1.5 = \underline{12}$
	Найдите площадь полной поверхности цилиндра.	Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 48. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.	Число в условии умножай на 1.5 $48 \times 1.5 = \underline{72}$

**Теория по планиметрии и стереометрии. Разработчик Евгений Копытов.**

**Планиметрия. Задание №1.**

Рисунок	Свойство / Формула.		
	<p align="center"><b>Углы при основании равнобедренного треугольника равны</b></p>		
	<p align="center"><b>Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна <math>360^0</math></b>  <math>\angle E + \angle A + \angle D + \angle O = 360^0</math></p>		
	<p align="center"><b>Сумма углов, прилежащих к любой стороне ромба и параллелограмма равна <math>180^0</math></b>          Например : <math>\angle A + \angle D = 180^0</math> ; <math>\angle D + \angle C = 180^0</math>  <b>Диагонали ромба являются биссектрисами его углов</b>          Например : <math>\angle ADB = \angle BDC</math></p>		
	$\sin = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\sin A = \frac{BC}{AB}$	$\sin B = \frac{AC}{AB}$
	$\cos = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\cos A = \frac{AC}{AB}$	$\cos B = \frac{BC}{AB}$
	$tg = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$	$tgA = \frac{BC}{AC}$	$tgB = \frac{AC}{BC}$
	<p align="center"><b>В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая из вершины с прямым углом, равняется половине гипотенузы.</b>  <b>Образуются два равнобедренных треугольника.</b></p>		
	<p align="center"><b>Центральный угол измеряется дугой, на которую он опирается</b>  <math>\angle AOB = \text{дуга } AB</math></p>		
	<p align="center"><b>Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается</b>  <math>\angle ABC = \frac{1}{2} \text{ дуга } AC</math></p>		
<p><b>Площадь <math>\Delta</math> №1</b> <math>S = \frac{ah}{2}</math> ; <math>a</math> - основание треугольника ; <math>h</math> - высота проведённая к основанию ;</p>			
<p><b>Площадь <math>\Delta</math> №2</b> <math>S = \frac{a \cdot b \cdot \sin a}{2}</math> ; <math>a</math> и <math>b</math> - стороны ; <math>\sin a</math> - синус угла между ними ;</p>			
<p><b>Площадь параллелограмма</b> <math>S = ah</math> ; <math>a</math> - основание ; <math>h</math> - высота проведённая к основанию</p>			
	<p align="center"><b>Средняя линия отсекает треугольник, площадь которого в 4 раза меньше площади исходного треугольника</b>  <math>S(CDE) = S(ABC) : 4</math></p>		
	<p align="center"><b>Свойство четырёхугольника, вписанного в окружность :</b>  <b>сумма противоположных углов равна <math>180^0</math></b></p>		
	<p align="center"><b>Свойство четырёхугольника, описанного около окружности :</b>  <b>суммы длин противоположных сторон равны</b>  <math>AB + DC = AD + BC</math></p>		

### Стереометрия. Задание №3.

Рисунок	Свойство / Формула.
	<p><math>V</math> прямоугольного параллелепипеда <math>= abc</math>  <math>a ; b ; c</math> - рёбра, выходящие из одной вершины</p>
	<p>Связь между ребром и диагональю куба :  <math>d = a \cdot \sqrt{3}</math></p>
Объём призмы	$V = h \cdot S_{\text{осн}}$
Объём пирамиды	$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{осн}}$
Объём цилиндра	$V = h \cdot S_{\text{осн}} = h\pi R^2$
Объём конуса	$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{осн}} = \frac{1}{3} \cdot h\pi R^2$
Объём шара	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi R^3$
Объём куба	$V = a^3$
Площадь боковой поверхности цилиндра	$S = 2\pi Rh$
Площадь боковой поверхности конуса	$S = \pi Rl$ $l$ - образующая конуса
Площадь поверхности шара	$S = 4\pi R^2$
	<p>Быстрый способ найти гипотенузу в прямоугольном равнобедренном треугольнике, зная длину катета  <math>\Gamma = a \cdot \sqrt{2}</math></p>
	<p>Формула для нахождения диагонали прямоугольного параллелепипеда  <math>d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}</math>  <math>a ; b ; c</math> - рёбра, выходящие из одной вершины</p>
	<p>В правильном шестиугольнике большая диагональ равна удвоенной стороне</p>
	<p>Площадь треугольника, образованного тремя соседними вершинами, составляет 1/6 от площади всего шестиугольника                  Прямоугольник, образованный двумя противоположенными треугольниками внутри шестиугольника, составляет 2/3 от площади всего шестиугольника</p>

## Шпора по №5. Разработчик Евгений Копытов.

### ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Условие задачи	Решение / Лайфхак								
<p>В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.</p>	<p>Из 1 вычитай два раза первое число и прибавляй второе  <math>1 - 0.1 - 0.1 + 0.03 = 0.83</math></p>								
<p>Стрелок стреляет по 4 одинаковым мишеням по одному разу, вероятность промаха 0,2, найдите вероятность что он попадёт в первую мишень, а в 3 оставшиеся промахнётся.</p>	<p>Выстраивай последовательность выстрелов</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <th>ПОПАЛ</th> <th>ПРОМАХ</th> <th>ПРОМАХ</th> <th>ПРОМАХ</th> </tr> <tr> <td><math>1 - 0.2 = 0.8</math></td> <td>0.2</td> <td>0.2</td> <td>0.2</td> </tr> </table>	ПОПАЛ	ПРОМАХ	ПРОМАХ	ПРОМАХ	$1 - 0.2 = 0.8$	0.2	0.2	0.2
	ПОПАЛ	ПРОМАХ	ПРОМАХ	ПРОМАХ					
	$1 - 0.2 = 0.8$	0.2	0.2	0.2					
<p>Перемножаем : <math>0.8 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 0.0064</math></p>									
<p>Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течении года равна 0,22. Найдите вероятность того, что в течении года хотя бы одна лампа не перегорит.</p>	<p>1) Перемножай число в условии на себя дважды  <math>0.22 \times 0.22 = 0.0484</math>                  2) Из 1 вычитай полученное  <math>1 - 0.0484 = 0.9516</math></p>								
<p>Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течении года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течении года хотя бы одна лампа не перегорит.</p>	<p>1) Перемножай число в условии на себя трижды  <math>0.8 \times 0.8 \times 0.8 = 0.512</math>                  2) Из 1 вычитай полученное  <math>1 - 0.512 = 0.448</math></p>								
<p>При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0.96. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0.82. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.</p>	<p>1) Сложи вероятности в условии задачи  <math>0.96 + 0.82 = 1.78</math>                  2) Из полученного вычитай 1  <math>1.78 - 1 = 0.78</math></p>								
<p>Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,84. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.</p>	<p>Из большего числа в условии вычитай меньшее  <math>0.96 - 0.84 = 0.12</math></p>								
<p>Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система забракует исправную батарейку, равна 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.</p>	<p>1) Перемножь 1 и 2 число в условии  <math>0,01 \times 0,96 = 0,0096</math>                  2) Вычитай из 1 первое число в условии и умножай полученное на третье число  <math>(1 - 0,01) \times 0,06 = 0,0594</math>                  3) Сложи ответы первого и второго пункта  <math>0,0096 + 0,0594 = 0,069</math></p>								
<p>В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?</p>	<p>1) Найти удвоенное произведение количества синих и красных фломастеров   <math>2 \times 5 \times 9 = 90</math>                  2) Найти общее количество фломастеров   <math>5 + 9 + 11 = 25</math>                  3) Пункт №2 умножить на число меньшее на 1  <math>25 \times 24 = 600</math>                  4) Поделить пункт №1 на пункт №3   <math>90 : 600 = 0.15</math></p>								
<p>Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А выигрывает оба раза.</p>	<p>Перемножай числа в условии задачи  <math>0.56 \times 0.3 = 0.168</math></p>								

## ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

### Условие задачи

### Решение / Лайфхак

Игральную кость бросили два раза.  
Известно, что пять очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события "сумма очков равна 8".

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	-	7
2	3	4	5	6	-	8
3	4	5	6	7	-	9
4	5	6	7	8	-	10
5	-	-	-	-	-	-
6	7	8	9	10	-	12

Считаем количество благоприятных вариантов : 3  
Считаем общее количество вариантов : 25  
Считаем вероятность :  
 $3 : 25 = 0.12$

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятность выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4 .

- 1) Умножить вероятность в условии на 2  
 $0.4 \times 2 = 0.8$
  - 2) Число в условии умножить на себя и на 3  
 $0.4 \times 0.4 \times 3 = 0.48$
  - 3) Из первого пункта вычесть второй  
 $0.8 - 0.48 = 0.32$
- !!! Применять если совсем не получается выполнить задачу без шпоры.

По отзывам покупателей Василий оценил надёжность двух интернет - магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,82. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,8 . Василий заказал товар сразу в двух магазинах. Считая, что магазины работают независимо, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

- 1) Из 1 вычесть первое число в условии  
 $1 - 0.82 = 0.18$
- 2) Из 1 вычесть второе число в условии  
 $1 - 0.8 = 0.2$
- 3) Перемножить пункт 1 на пункт 2  
 $0.18 \times 0.2 = 0.036$

Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события "хотя бы раз выпало 3 очка"?

Посчитать все комбинации на набор нужного количества очков : 10 комбинаций

1	1	4	2	1	3	3	1	2	4	1	1
1	2	3	2	2	2	3	2	1			
1	3	2	2	3	1						
1	4	1									

Считаем комбинации где выпадает хотя бы раз 3 очка (для данной задачи) : 6 комбинаций

Ищем вероятность :  $6 / 10 = 0.6$

**Шпора по №7. Разработчик Евгений Копытов.**

**Степени и корни.**

Формула	Применение
$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$	$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$
$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$	$\frac{5^{31}}{5^{29}} = 5^{31-29} = 5^2 = 25$
$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$	$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$
$(a^k \cdot b^m)^t = a^{kt} \cdot b^{mt}$	$(4^{\frac{4}{7}} \cdot 11^{\frac{2}{3}})^{21} = 4^{\frac{4}{7} \cdot 21} \cdot 11^{\frac{2}{3} \cdot 21} = 4^{\frac{84}{7}} \cdot 11^{\frac{42}{3}} = 4^{12} \cdot 11^{14}$
$(\sqrt{b} - \sqrt{c}) \cdot \sqrt{a} = \sqrt{b \cdot a} - \sqrt{c \cdot a}$	$(\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{12} = \sqrt{12 \cdot 12} - \sqrt{75 \cdot 12} = 12 - 30 = -18$
$\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{a \cdot b}{c}}$	$\frac{\sqrt{1.2} \cdot \sqrt{1.4}}{\sqrt{0.42}} = \sqrt{\frac{1.2 \cdot 1.4}{0.42}} = \sqrt{\frac{1.68}{0.42}} = \sqrt{4} = 2$
$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[15]{5} = 5^{\frac{1}{15}}$

**Логарифмы.**

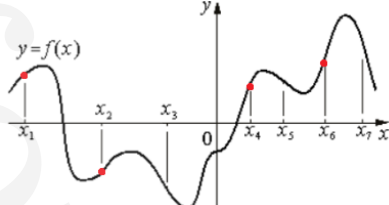
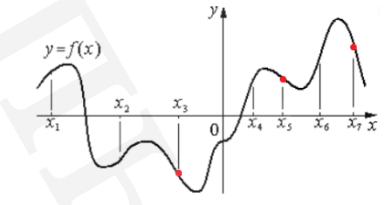
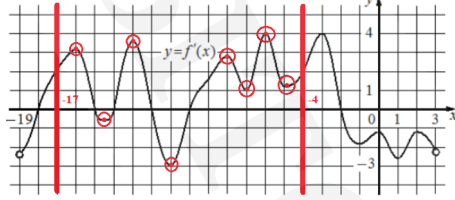
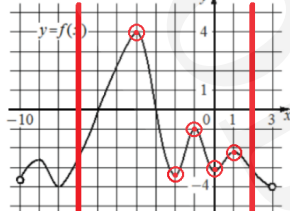
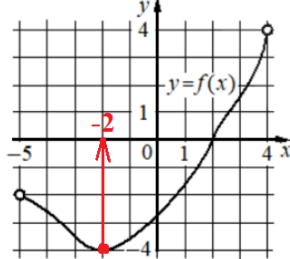
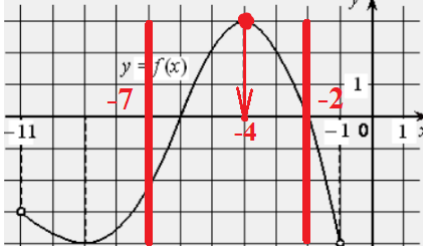
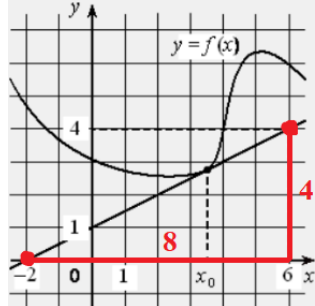
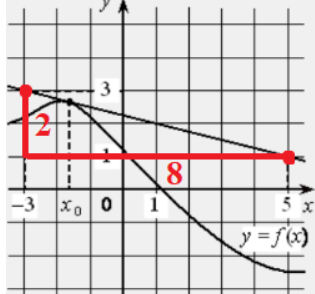
$a^{\log_a b} = b$	$8 \cdot 8^{\log_8 6} = 8 \cdot 6 = 48$
$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$	$\log_7 12.25 + \log_7 4 = \log_7 (12.25 \cdot 4) = \log_7 49 = 2$
$\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$	$\log_2 240 - \log_2 3.75 = \log_2 \left(\frac{240}{3.75}\right) = \log_2 64 = 6$
$\frac{\log_b c}{\log_b a} = \log_a c$	$\frac{\log_5 2}{\log_5 13} + \log_{13} 0.5 = \log_{13} 2 + \log_{13} 0.5 = \log_{13} 1 = 0$
$\log_a b \cdot \log_b a = 1$	$\log_2 7 \cdot \log_7 2 = 1$
$\log_a b^c = c \cdot \log_a b$	$\frac{\log_2 729}{\log_2 9} = \frac{\log_2 9^3}{\log_2 9} = \frac{3 \cdot \log_2 9}{\log_2 9} = 3$
$\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \cdot \log_a b$	$\frac{\log_8 14}{\log_{64} 14} = \frac{\log_8 14}{\log_{8^2} 14} = \frac{\log_8 14}{\frac{1}{2} \cdot \log_8 14} = 2$
$\log_{a^c} b^k = \frac{k}{c} \cdot \log_a b$	$\log_4 8 = \log_{2^2} (2^3) = \frac{3}{2} \cdot \log_2 2 = 1.5$

**Тригонометрия.**

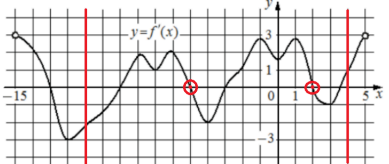
Тригонометрия.					Формулы на понижение угла																				
	$30^0$	$45^0$	$60^0$	<table border="1"> <tr> <td>Знаки четвертей</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>sin</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>cos</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>tg</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table>	Знаки четвертей	1	2	3	4	sin	+	+	-	-	cos	+	-	-	+	tg	+	-	+	-	$\cos a = 2 \cos^2 \left(\frac{a}{2}\right) - 1$
Знаки четвертей	1	2	3		4																				
sin	+	+	-		-																				
cos	+	-	-		+																				
tg	+	-	+	-																					
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos a = 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{a}{2}\right)$																					
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\cos a = \cos^2 \left(\frac{a}{2}\right) - \sin^2 \left(\frac{a}{2}\right)$																					
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\sin a = 2 \cdot \sin \left(\frac{a}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{a}{2}\right)$																					

# Шпора по №8. Разработчик Евгений Копытов.

## График обычной функции $y = f(x)$ .

Вопросы	График	Решение / Лайфхак
В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?		<p>Найти все точки, лежащие на возрастании  <math>x_1; x_2; x_4; x_6</math></p> <p style="text-align: center;"><b><u>4</u></b></p>
В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?		<p>Найти все точки, лежащие на убывании  <math>x_3; x_5; x_7</math></p> <p style="text-align: center;"><b><u>3</u></b></p>
Найдите количество точек экстремума функции, принадлежащих отрезку $[-17; -4]$ .		<p>1) Отметь границы (вертикальные линии)                  2) Определи количество перегибов внутри границ :</p> <p style="text-align: center;"><b><u>8</u></b></p>
Найдите количество корней уравнения $f'(x) = 0$ принадлежащих отрезку $[-7; 2]$ .		<p>1) Отметь границы (вертикальные линии)                  2) Определи количество перегибов внутри границ :</p> <p style="text-align: center;"><b><u>5</u></b></p>
Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$ .		<p>1) Отметь границы при необходимости                  2) Найди перегиб внутри границ (если границ нет то на графике он будет один)                  3) Определи координату X у точки перегиба</p> <p style="text-align: center;"><b><u>-2</u></b></p>
Найдите точку из отрезка $[-7; -2]$ в которой производная функции $f(x)$ равна 0.		<p>1) Отметь границы при необходимости                  2) Найди перегиб внутри границ (если границ нет то на графике он будет один)                  3) Определи координату X у точки перегиба</p> <p style="text-align: center;"><b><u>-4</u></b></p>
Найди значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$		<p>1) Найди две хорошие точки на прямой                  2) Из верхней точки опустишь до уровня нижней и посчитай пройденное расстояние : 4                  3) Теперь по горизонтали дойди до нижней точки и также посчитай пройденный путь : 8                  4) Дели первое вертикальное расстояние на второе горизонтальное <math>  4 : 8 = 0.5</math>                  5) В ответ пишем <b><u>0.5</u></b> так как касательная возрастает</p>
Найди значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$		<p>1) Найди две хорошие точки на прямой                  2) Из верхней точки опустишь до уровня нижней и посчитай пройденное расстояние : 2                  3) Теперь по горизонтали дойди до нижней точки и также посчитай пройденный путь : 8                  4) Дели первое вертикальное расстояние на второе горизонтальное <math>  2 : 8 = 0.25</math>                  5) В ответ пишем <b><u>-0.25</u></b> так как касательная убывает</p>

## График производной функции $y = f'(x)$ .

Вопросы	График	Решение / Лайфхак
Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $y = f(x)$ .		<p><b>Выбери все точки выше оси OX</b>  <math>x_3 ; x_4 ; x_5 ; x_6</math></p> <p style="text-align: center;"><u>4</u></p>
Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $y = f(x)$ .		<p><b>Выбери все точки ниже оси OX</b>  <math>x_1 ; x_2 ; x_7 ; x_8</math></p> <p style="text-align: center;"><u>4</u></p>
В какой точке отрезка $[-7;-5]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее / наименьшее значение?		<p>1) Отметить границы                  2) График производной внутри границ лежит под осью OX, значит:  <b>Наибольшее значение в начале промежутка : <u>-7</u></b>  <b>Наименьшее значение в конце промежутка : <u>-5</u></b></p>
В какой точке отрезка $[-5;-2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее / наименьшее значение?		<p>1) Отметить границы                  2) График производной внутри границ лежит над осью OX, значит:  <b>Наибольшее значение в конце промежутка : <u>-2</u></b>  <b>Наименьшее значение в начале промежутка : <u>-5</u></b></p>
Найдите количество точек экстремума принадлежащих отрезку $[-11;4]$ .		<p>1) Отметить границы                  2) Посчитать сколько раз график пересекает ось OX внутри границ  <u>5</u></p>
Найдите количество точек максимума принадлежащих отрезку $[-11;4]$ .		<p>1) Отметить границы                  2) Посчитать сколько раз график пересекает ось OX сверху вниз внутри границ  <u>2</u></p>
Найдите количество точек минимума принадлежащих отрезку $[-11;4]$ .		<p>1) Отметить границы                  2) Посчитать сколько раз график пересекает ось OX снизу вверх внутри границ  <u>3</u></p>
Найдите точку максимума.		<p>1) Отметить границы при необходимости                  2) Найти точку в которой график пересекает ось OX сверху вниз и определить координату X у неё  <u>7</u></p>
Найдите точку минимума.		<p>1) Отметить границы при необходимости                  2) Найти точку в которой график пересекает ось OX снизу вверх и определить координату X у неё  <u>3</u></p>
Найдите точку экстремума.		<p>1) Отметить границы при необходимости                  2) Найти точку пересечения с осью OX и определить координату X у неё  <u>4</u></p>

**Разработчик Евгений Копытов.**

**Текстовая задача. Задание №10**

Условие	Краткое решение			
<p>Имеется два сплава. Первый сплав содержит 45% меди, второй - 20% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 30 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 40% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.</p>	45%		20%	
	$0.45(x + 30)$	+	$0.2x$	= $0.4(2x + 30)$
	$x + 30$		$x$	$2x + 30$
	$0.45(x + 30) + 0.2x = 0.4(2x + 30)$ $x = 10$ $3 \text{ сплав} = 2x + 30 = 20 + 30 = 50$			
<p>Первый час автомобиль ехал со скоростью 115 км/ч, а следующие три часа - со скоростью 45 км/ч, а затем два часа - со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	1 участок	$115 \cdot 1 = 115$	1	115
	2 участок	$45 \cdot 3 = 135$	3	45
	3 участок	$40 \cdot 2 = 80$	2	40
$V_{\text{cp}} = \frac{S_{\text{общ}}}{T_{\text{общ}}} = \frac{115 + 135 + 80}{1 + 3 + 2} = \frac{330}{6} = 55$				
<p>Первые 200 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 180 км - со скоростью 90 км/ч, а затем 140 км - со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	1 участок	200	$200 / 60 = 10/3$	60
	2 участок	180	$180 / 90 = 2$	90
	3 участок	140	$140 / 120 = 7/6$	120
$V_{\text{cp}} = \frac{S_{\text{общ}}}{T_{\text{общ}}} = \frac{200 + 180 + 140}{\frac{10}{3} + 2 + \frac{7}{6}} = 80$				
<p>Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 80 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 13 часов. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	по течению	80	$\frac{80}{x + 2}$	$x + 2$
	стоянка	0	4	0
	против течения	80	$\frac{80}{x - 2}$	$x - 2$
<p align="center"><b>x - скорость теплохода в неподвижной воде</b></p> $\frac{80}{x + 2} + 4 + \frac{80}{x - 2} = 13$ $x = 18$				
<p>Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 27 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	по течению	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{56}$	28
	стоянка	0	5	0
	против течения	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{52}$	26
<p align="center"><b>x - расстояние за весь рейс</b></p> $\frac{x}{56} + 5 + \frac{x}{52} = 32$ $x = 728$				

<p>Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 609 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 25 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 51 час. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	по течению	609	$\frac{609}{25+x}$	25 + x
	стоянка	0	1	0
	против течения	609	$\frac{609}{25-x}$	25 - x
	<b>x - скорость течения реки</b>			
	$\frac{609}{25+x} + 1 + \frac{609}{25-x} = 51$ $x = 4$			
<p>Моторная лодка прошла против течения реки 168 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 13 км/ч. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	против течения	168	$\frac{168}{13-x}$	13 - x
	по течению	168	$\frac{168}{13+x}$	13 + x
	<b>x - скорость течения реки</b>			
	$\frac{168}{13-x} - \frac{168}{13+x} = 2$ $x = 1$			
	<p>Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 264 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась тем же путём обратно со скоростью на 2 км/ч большей прежней, сделав по пути остановку на 1 час. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>
А ---> В		264	$\frac{264}{x}$	x
В ---> А		264	$\frac{264}{x+2}$	x + 2
<b>x - скорость баржи на пути из А в В</b>				
$\frac{264}{x} - \frac{264}{x+2} = 1$ $x = 22$				
<p>Катет в 10 : 00 вышел по течению реки из пункта А в пункт В, расположенный в 35 км от А. Пробыв в пункте В 4 часа, катет отправился назад и вернулся в пункт А в 18:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.</p>			<b>S км</b>	<b>T ч</b>
	по течению	35	$\frac{35}{x+3}$	x + 3
	стоянка	0	4	0
	против течения	35	$\frac{35}{x-3}$	x - 3
	<b>x - скорость баржи на пути из А в В</b>			
	Общее T = 18 - 10 = 8	$\frac{35}{x+3} + 4 + \frac{35}{x-3} = 8$		x = 18
<p>Катя и Настя, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Настя - за 42 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Катя?</p>		<b>A</b>	<b>T</b>	<b>V</b>
	Катя	1	x	1/x
	Настя	1	42	1/42
	Катя + Настя	1	24	1/24
	<b>X - время, за которое пропалывает грядку Катя</b>			
	$\frac{1}{x} + \frac{1}{42} = \frac{1}{24}$			x = 56

<p>От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 168 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним со скоростью, на 2 км/ч большей скорости первого, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	первый теп.	168	$\frac{168}{x}$	x
	второй теп.	168	$\frac{168}{x+2}$	x + 2
	<b>x - скорость первого теплохода</b>			
	$\frac{168}{x} - \frac{168}{x+2} = 2$ $x = 12$			
<p>Расстояние между пристанями А и В равно 192 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая прибыв в пункт В тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	плот	92	92 : 4 = 23	4
	яхта по течению	192	$\frac{192}{x+4}$	x + 4
	яхта против течения	192	$\frac{192}{x-4}$	x - 4
	<b>x - скорость яхты</b>			
<b>Время яхты в движении 23 - 3 = 20 часов</b>				
$\frac{192}{x+4} + \frac{192}{x-4} = 20$				$x = 20$
<p>Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 12 км/ч, а вторую половину пути - со скоростью 72 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 45 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	первый авто	2S	$\frac{2s}{x}$	x
	2 авто 1 половина	S	$\frac{s}{x-12}$	x - 12
	2 авто 2 половина	S	$\frac{s}{72}$	72
	<b>x - скорость первого авто. 2S - путь пройденный авто.</b>			
$\frac{2s}{x} = \frac{s}{x-12} + \frac{s}{72}$			$x = 36$ (посторонний по условию) $x = 48$	
<p>Заказ на изготовление 198 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?</p>		<b>A дет</b>	<b>T ч</b>	<b>V дет/ч</b>
	1 рабочий	198	$\frac{198}{x}$	x
	2 рабочий	198	$\frac{198}{x-7}$	x - 7
	<b>x - скорость первого рабочего</b>			
	$\frac{198}{x-7} - \frac{198}{x} = 7$			
<p>Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?</p>		<b>V литры</b>	<b>T мин</b>	<b>V л/мин</b>
	1 труба	112	$\frac{112}{x-6}$	x - 6
	2 труба	112	$\frac{112}{x}$	x
	<b>x - скорость второй трубы</b>			
	$\frac{112}{x-6} - \frac{112}{x} = 6$			

<p>Два велосипедиста одновременно отправились в 80 - километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго.</p> <p>Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.</p> <p>Ответ дайте в км/ч.</p>		<b>S км</b>	<b>T ч</b>	<b>V км/ч</b>
	первый вел.	80	$\frac{80}{x+2}$	$x+2$
	второй вел.	80	$\frac{80}{x}$	$x$
	<b>x - скорость второго велосипедиста</b>			
	$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+2} = 2$			$x = 8$

<p>Расстояние между городами А и В равно 500 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 260 км от города А. Ответ дайте в км/ч.</p>	<p>1) Расстояние второго авто до встречи <math>500 - 260 = 240</math> км</p> <p>2) Время второго автомобиля в движении <math>240 : 80 = 3</math> часа</p> <p>3) Общее время в движении первого авто <math>1 + 3 = 4</math> часа</p> <p>4) Скорость первого авто <math>260 : 4 = 65</math></p>
--	---

<p>По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 85 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 250 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского, равно 30 секундам. Ответ дайте в метрах.</p>	<p>1) Пусть <math>x</math> км - длина скорого поезда</p> <p>2) <math>V_{удаления} = V_1 + V_2 = 85 + 35 = 120</math> км/ч</p> <p>3) <math>T = 30c = \frac{30}{3600} ч = \frac{1}{120} ч</math></p> <p>4) <math>x + 0.25 = 120 \cdot \frac{1}{120}</math></p> <p><math>x + 0.25 = 1 ; x = 0.75</math> км = <u>750</u> м</p>
--	--

Имеется два сосуда. Первый содержит 40 кг, а второй - 25 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько процентов кислоты содержатся в первой сосуде?

<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td></tr> <tr><td>40</td></tr> </table>	$x$	40	+	<table border="1"> <tr><td><math>y</math></td></tr> <tr><td>25</td></tr> </table>	$y$	25	=	<table border="1"> <tr><td>30%</td></tr> <tr><td><math>65 \times 0.3 = 19.5</math></td></tr> <tr><td>65</td></tr> </table>	30%	$65 \times 0.3 = 19.5$	65	<table border="1"> <tr><td><math>x + y = 19.5</math></td></tr> </table>	$x + y = 19.5$
$x$													
40													
$y$													
25													
30%													
$65 \times 0.3 = 19.5$													
65													
$x + y = 19.5$													

<table border="1"> <tr><td>25x</td></tr> <tr><td>1000</td></tr> </table>	25x	1000	+	<table border="1"> <tr><td>40y</td></tr> <tr><td>1000</td></tr> </table>	40y	1000	=	<table border="1"> <tr><td>36%</td></tr> <tr><td><math>2000 \times 0.36 = 720</math></td></tr> <tr><td>2000</td></tr> </table>	36%	$2000 \times 0.36 = 720$	2000	<table border="1"> <tr><td><math>25x + 40y = 720</math></td></tr> </table>	$25x + 40y = 720$
25x													
1000													
40y													
1000													
36%													
$2000 \times 0.36 = 720$													
2000													
$25x + 40y = 720$													

$x + y = 19.5$
$y = 19.5 - x$

$25x + 40y = 720$
$25x + 40(19.5 - x) = 720$
$25x + 780 - 40x = 720$
$-15x = -60$
$x = 4$

40 - 100%
4 - x%
$x = (4 \times 100) : 40 = 10\%$

**Шпора по №12. Разработчик Евгений Копытов.**

**Производные.**

№	Формула	Пример
№1	$1. (\text{число})' = 0$	$(5)' = 0$
№2	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(x^3)' = 3x^2$
№3	$(k \cdot f(x))' = k \cdot f(x)'$	$(5x^2)' = 5 \cdot (x^2)' = 5 \cdot 2x = 10x$
<b>Практика №1 №2 №3</b>		$(5x^3 + 10x^2 + 3x + 4)' = 15x^2 + 20x + 3$
№4	$(\ln a)' = a'/a$	$\ln(x+2)' = \frac{1}{x+2}$ ; $\ln(6x)' = \frac{6}{6x} = \frac{1}{x}$
№5	$(e^a)' = a' \cdot e^a$	$e^{x+2} = 1 \cdot e^x = e^x$ ; $e^{2-x} = (-1) \cdot e^{2-x} = -e^{2-x}$
№6	$\sin x' = \cos x$	$5 \sin x' = 5 \cos x$
№7	$\cos x' = -\sin x$	$5 \cos x' = -5 \sin x$
№8	$\operatorname{tg} x' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$5 \operatorname{tg} x' = \frac{5}{\cos^2 x}$
№9	$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'$	$(x^2 \cdot e^x)' = (x^2)' \cdot e^x + x^2 \cdot (e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$
№10	$(a/b)' = (a' \cdot b - b' \cdot a) / b^2$	$\left(\frac{x^2 + 36}{x}\right)' = \frac{2x \cdot x - 1 \cdot (x^2 + 36)}{x^2} = \frac{x^2 - 36}{x^2}$
<b>Помощь.</b>		
№1	$x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$	
№2	$\ln 1 = 0$	
№3	$e^0 = 1$	
№4	<p>Как найти наименьшее / наибольшее значение функции :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти производную</li> <li>2. Приравнять производную к нулю и найти её корни</li> <li>3. Определить, какие корни принадлежат отрезку по условию задачи</li> <li>4. Вычислить значение функции на концах отрезка и в точках, принадлежащих данному отрезку, при которых производная равна 0</li> <li>5. Выбрать ответ по заданию</li> </ol>	
№5	<p>Как найти точку максимума / точку минимума :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти производную</li> <li>2. Приравнять производную к нулю и найти её корни</li> <li>3. Если в пункте 2 один корень - это ответ в задании</li> <li>4. Если два корня отмечаем их на числовой прямой</li> <li>5. Определить знаки производной на полученных промежутках</li> <li>6. Зарисовать диаграмму поведения обычной функции и определить точку максимума или минимума в зависимости от вопроса задачи</li> </ol>	