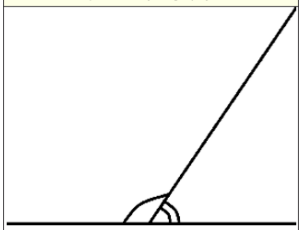
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 1

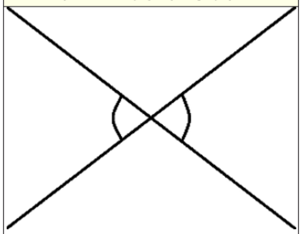
УГЛЫ

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ



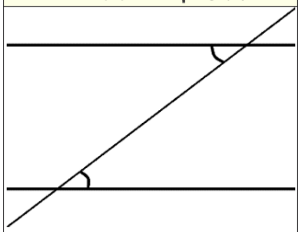
В сумме 180°

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ



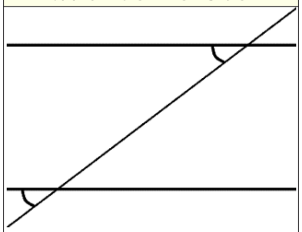
Равны

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ



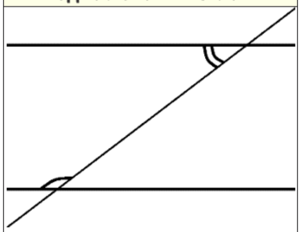
Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ



Если соответственные углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

ОДНОСТОРОННИЕ УГЛЫ



Если сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

СУММА УГЛОВ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

360°

СУММА УГЛОВ МНОГОУГОЛЬНИКА

У пятиугольника 540°

У шестиугольника 720°

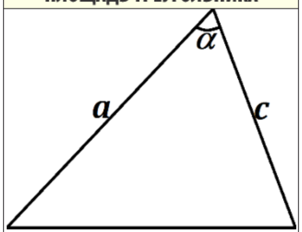
У n –угольника $180° \cdot (n-2)$

ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

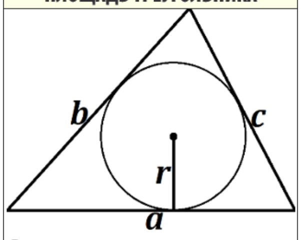
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\alpha$

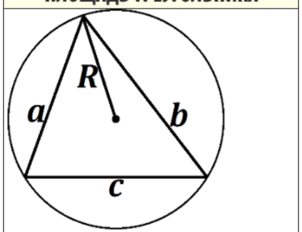
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



$S = pr$

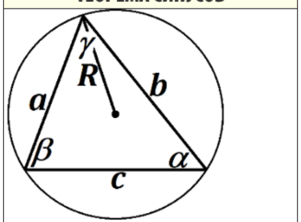
p – полупериметр

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



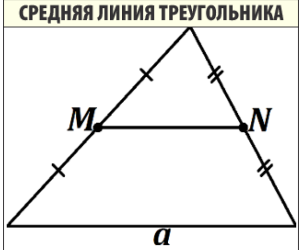
$S = \frac{abc}{4R}$

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА



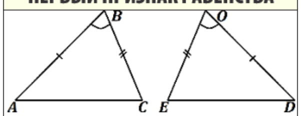
- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основанию
- Равна половине основания

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

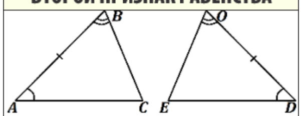
$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



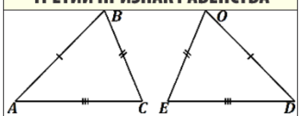
По двум сторонам и углу между ними

ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



По стороне и двум, прилежащим к ней углам

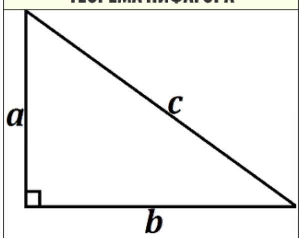
ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



По трём сторонам

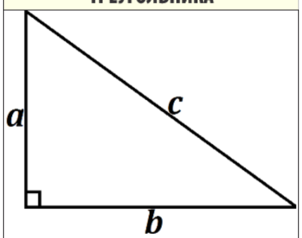
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



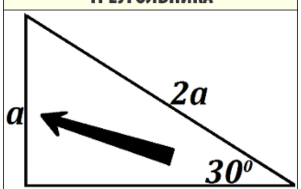
$c^2 = a^2 + b^2$

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



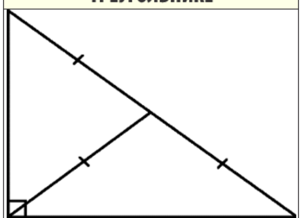
$S = \frac{a \cdot b}{2}$

СВОЙСТВО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



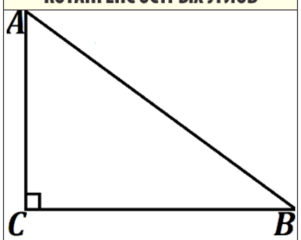
Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ОСТРЫХ УГЛОВ



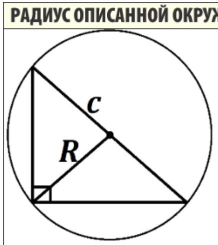
$\sin A = \cos B$

$\sin B = \cos A$

$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B$

$\operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} A$

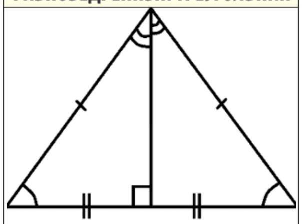
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$R = \frac{c}{2}$

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

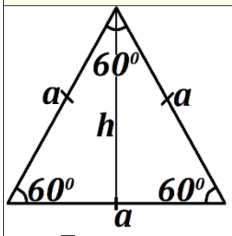
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

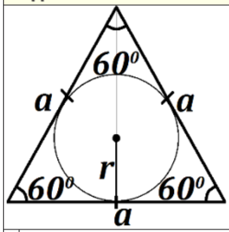
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ВЫСОТА РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



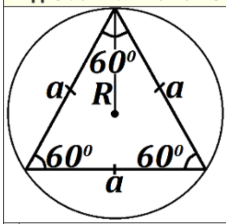
$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$r = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{6}$
2	$r = \frac{1}{3} \cdot h$

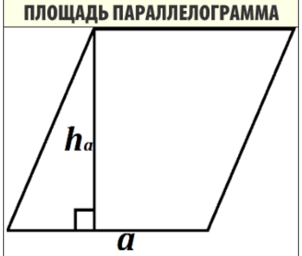
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$R = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{3}$
2	$R = \frac{2}{3} \cdot h$

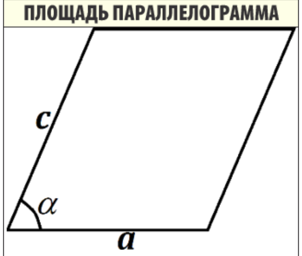
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



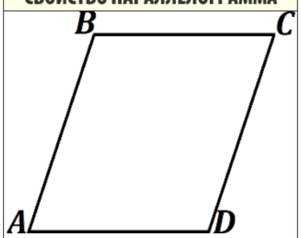
$S = ah_a$

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



$S = ac \cdot \sin\alpha$

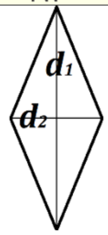
СВОЙСТВО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°

РОМБ

ПЛОЩАДЬ РОМБА



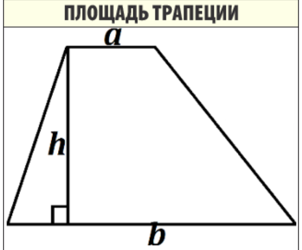
$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

ПЛОЩАДЬ РОМБА

$S = pr$

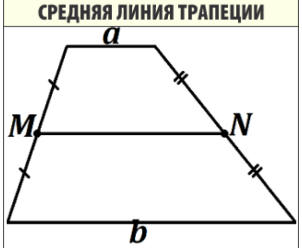
ТРАПЕЦИЯ

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ



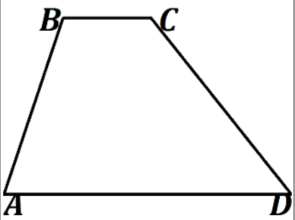
$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



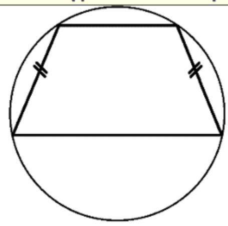
- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

СВОЙСТВО ТРАПЕЦИИ



В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°

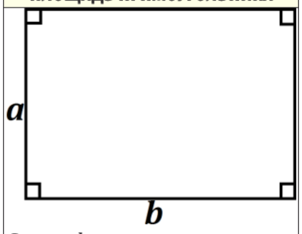
РАВНОБЕДРЕННАЯ ТРАПЕЦИЯ



Если трапеция вписана в окружность, то она - равнобедренная

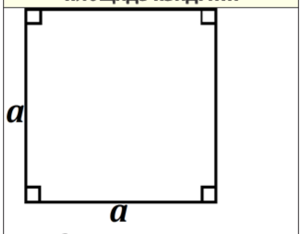
ПРЯМОУГОЛЬНИК И КВАДРАТ

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА



$S = a \cdot b$

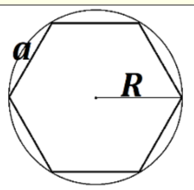
ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА



$S = a^2$

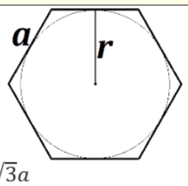
РАВНОСТОРОННИЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$R = a$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$r = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

МНОГОУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА

$S = pr$

p — полупериметр

ТРИГОНОМЕТРИЯ

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
3	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
4	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

СИНУС

$\sin\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

КОСИНУС

$\cos\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ТАНГЕНС

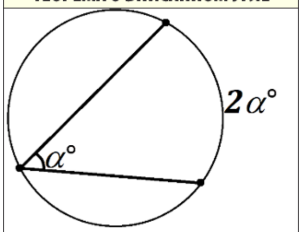
1	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$
2	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

КОТАНГЕНС

1	$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$
2	$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

ОКРУЖНОСТЬ

ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ

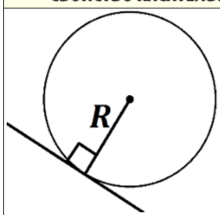


Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ

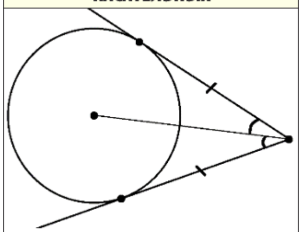
Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ



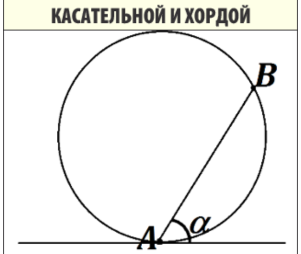
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

СВОЙСТВО ОТРЕЗКОВ КАСАТЕЛЬНЫХ



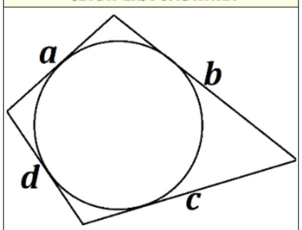
Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

ТЕОРЕМА ОБ УГЛЕ МЕЖДУ КАСАТЕЛЬНОЙ И ХОРДОЙ



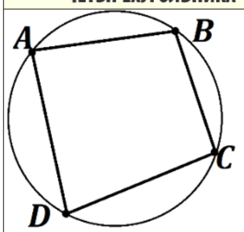
$\alpha = \frac{\smile AB}{2}$

СВОЙСТВО ОПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$a + c = b + d$

СВОЙСТВО ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 2

КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

Если $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то

$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

ДЛИНА ВЕКТОРА

Если $\vec{a}(x; y)$, то

$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Если $\vec{a}(2; 3)$, то

$2\vec{a}(4; 6)$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$

где φ – угол между векторами

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ В КООРДИНАТАХ

Если $\vec{a}(x_1; y_1)$ и $\vec{b}(x_2; y_2)$, то

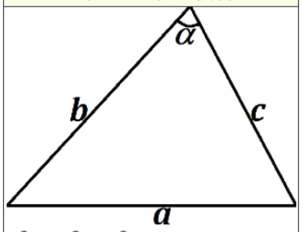
$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Если $\vec{a}(x_1; y_1)$ и $\vec{b}(x_2; y_2)$, то

$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



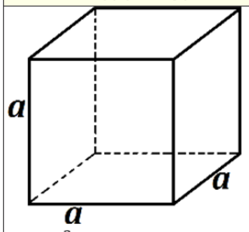
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 3

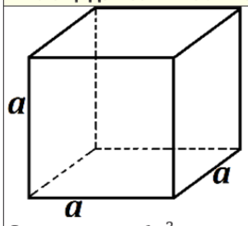
КУБ

ОБЪЁМ КУБА



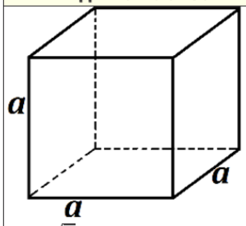
$V = a^3$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КУБА



$S_{\text{поверхности}} = 6a^2$

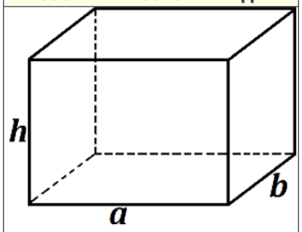
ДИАГОНАЛЬ КУБА



$d = \sqrt{3}a$

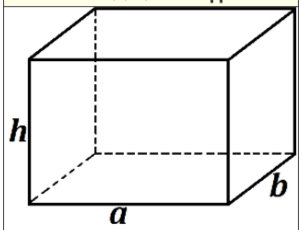
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

ОБЪЁМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА



$V = abh$

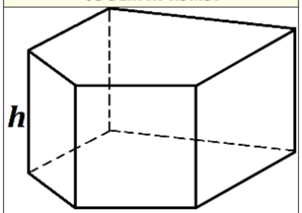
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА



$S_{\text{поверхности}} = 2ab + 2ah + 2bh$

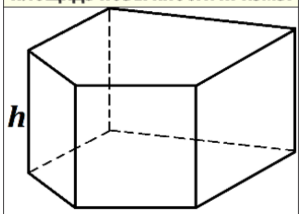
ПРИЗМА

ОБЪЁМ ПРИЗМЫ



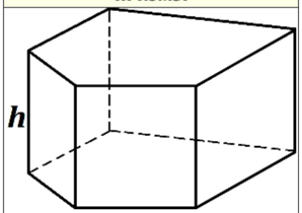
$V = S_{\text{основания}} \cdot h$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ



$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.пов.}}$

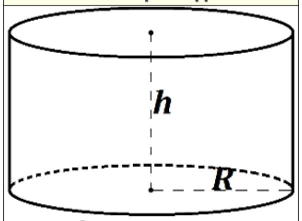
ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ



$S_{\text{боковой поверхности}} = P_{\text{основания}} \cdot h$

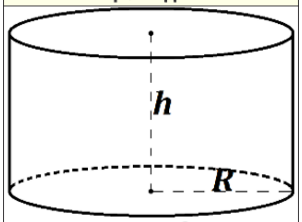
ЦИЛИНДР

ОБЪЁМ ЦИЛИНДРА



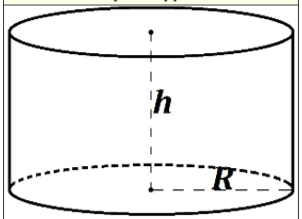
$V = \pi R^2 h$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА



$S_{\text{поверхности}} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$

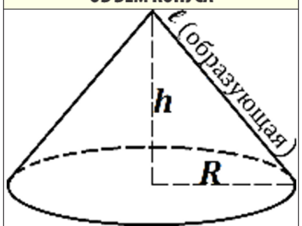
ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА



$S_{\text{боковой поверхности}} = 2\pi Rh$

КОНУС

ОБЪЁМ КОНУСА

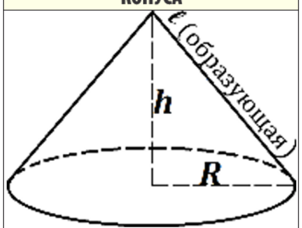


$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

$S_{\text{поверхности}} = \pi R^2 + \pi Rl$

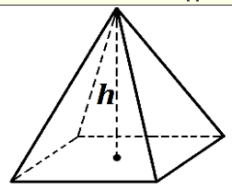
ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА



$S_{\text{боковой поверхности}} = \pi Rl$

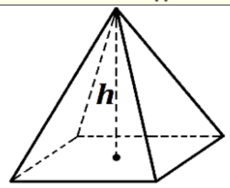
ПИРАМИДА

ОБЪЁМ ПИРАМИДЫ



$V = \frac{1}{3} S_{\text{основания}} \cdot h$

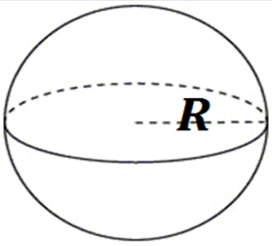
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ПИРАМИДЫ



$S_{\text{поверхности}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.пов.}}$

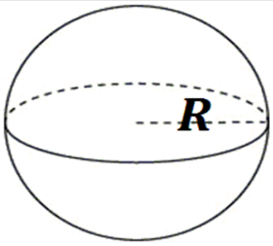
ШАР

ОБЪЁМ ШАРА



$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРА



$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

	ФСУ
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

СИНУС

$\sin\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

КОСИНУС

$\cos\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ТАНГЕНС

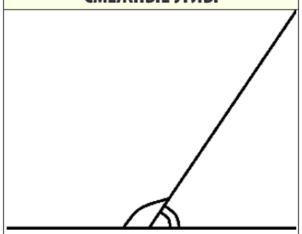
1	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$
2	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

КОТАНГЕНС

1	$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$
2	$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

УГЛЫ

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ



В сумме 180°

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

СУММА УГЛОВ МНОГОУГОЛЬНИКА

У пятиугольника 540°

У шестиугольника 720°

У n −угольника $180° \cdot (n-2)$

ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основанию
- Равна половине основания

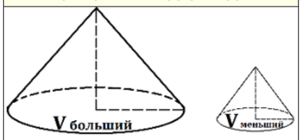
ПОДОБИЕ

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$

ОТНОШЕНИЕ ОБЪЁМОВ

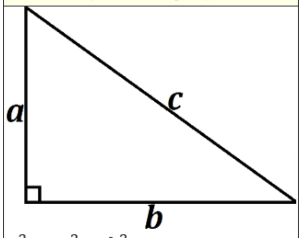


Отношение объёмов подобных фигур равно кубу коэффициента подобия

$\frac{V_{\text{большой фигуры}}}{V_{\text{маленькой фигуры}}} = k^3$

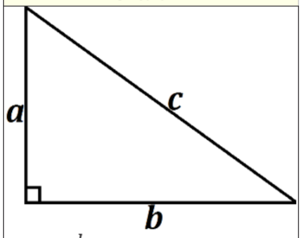
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



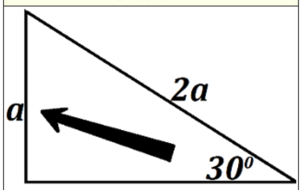
$c^2 = a^2 + b^2$

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



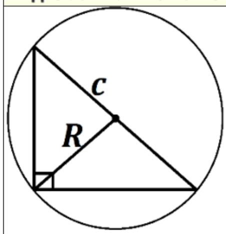
$S = \frac{a \cdot b}{2}$

СВОЙСТВО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы

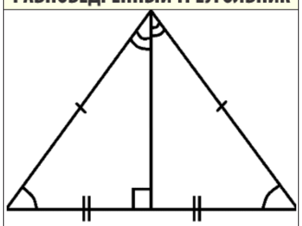
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$R = \frac{c}{2}$

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

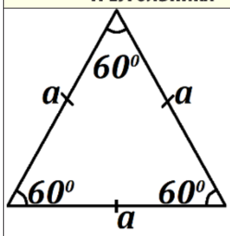
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

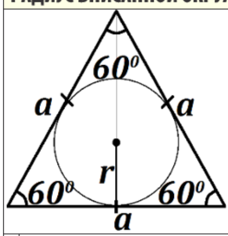
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



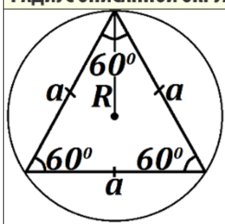
$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$r = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{6}$
2	$r = \frac{1}{3} \cdot h$

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$R = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{3}$
2	$R = \frac{2}{3} \cdot h$

ПРЯМОУГОЛЬНИК И КВАДРАТ

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

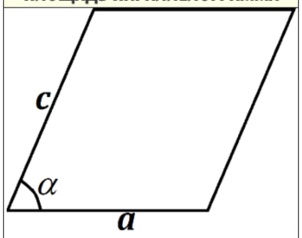
$S = a \cdot b$

ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА

$S = a^2$

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

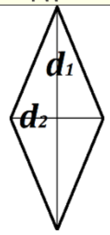
ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



$S = ac \cdot \sin\alpha$

РОМБ

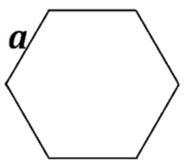
ПЛОЩАДЬ РОМБА



$S = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$

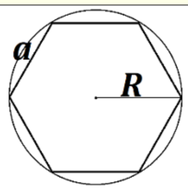
РАВНОСТОРОННИЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ ПРАВИЛЬНОГО ШЕСТИУГОЛЬНИКА



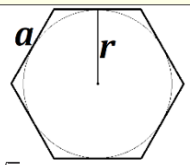
$S = \dfrac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



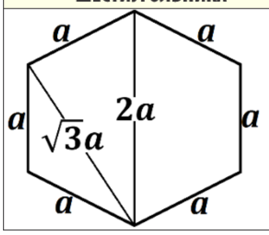
$R = a$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

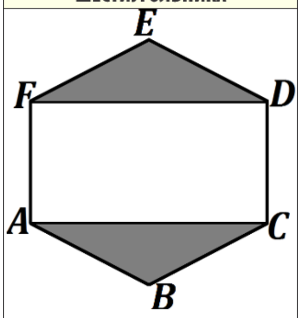


$r = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$

ДИАГОНАЛИ ПРАВИЛЬНОГО ШЕСТИУГОЛЬНИКА



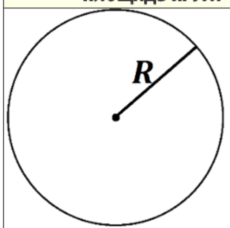
ПЛОЩАДИ ЧАСТЕЙ ПРАВИЛЬНОГО ШЕСТИУГОЛЬНИКА



1	$S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$
2	$S_{ABC} = \dfrac{1}{6}S_{\text{шестиугольника}}$
3	$S_{ACDF} = \sqrt{3}a^2$
4	$S_{ACDF} = \dfrac{2}{3}S_{\text{шестиугольника}}$

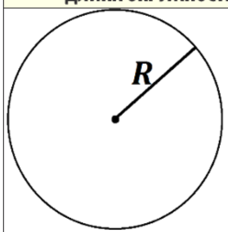
ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ

ПЛОЩАДЬ КРУГА



$S = \pi R^2$

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ



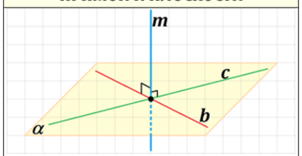
$C = 2\pi R$

ТЕОРИЯ ИЗ ВТОРОЙ ЧАСТИ

ТЕОРЕМА О ТРЁХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ

Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 4 и 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

ЧАСТОТА

$$\text{частота} = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:
Событие A — в кофе-автомате из Москвы закончится кофе
Событие B — в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

Несовместные события – это события, которые не могут наступить одновременно

ПРИМЕР:
Событие A — на кубике выпало чётное число очков
Событие B — на кубике выпало нечётное число очков

Нельзя бросить кубик так, чтобы оба события наступили одновременно

Вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$P(A + B) = P(A) + P(B)$

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СОБЫТИЯ

Сумма вероятностей наступления противоположных событий равна 1

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

ПРИМЕР:
Событие A — выпадение орла
Событие $\bar{A}$ — выпадение решки

Если при одном бросании монеты не выпал орёл, то точно выпадет решка

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 6

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ДИСКРИМИНАНТ

$ax^2 + bx + c = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

ТЕОРЕМА ВИЕТА

$ax^2 + bx + c = 0$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

	ФСУ
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

СТЕПЕНИ

	СТЕПЕНИ
1	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2	$a^n : a^m = a^{n-m}$
3	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5	$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
6	$a^0 = 1$
7	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
8	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

ЛОГАРИФМЫ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c,$ то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$a^{\log_a b} = b$

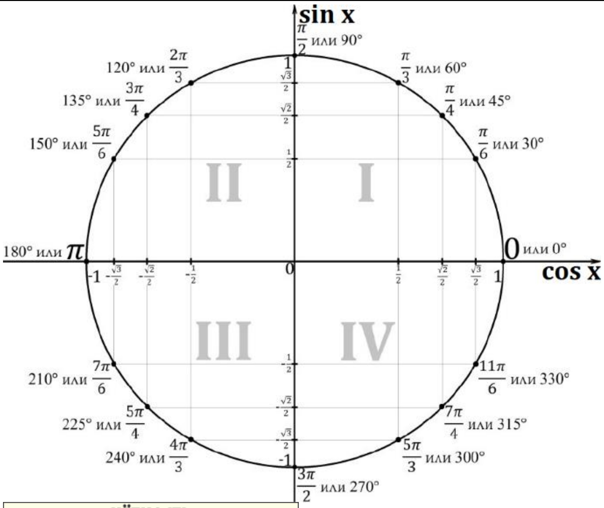
ОДЗ ЛОГАРИФМА

Для $\log_a b$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

	СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ
1	$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = log_a \dfrac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n} \cdot \log_a b$
5	$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 7

ТРИГОНОМЕТРИЯ



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ	
1	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
3	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$
4	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА	
1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

СИНУС
$\sin\alpha = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

КОСИНУС
$\cos\alpha = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ТАНГЕНС
$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$
$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

КОТАНГЕНС
$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$
$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

ЧЁТНОСТЬ	
1	$\sin(-x) = -\sin x$
2	$\cos(-x) = \cos x$
3	$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
4	$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

ЛОГАРИФМЫ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА
Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ
$a^{\log_a b} = b$

ОДЗ ЛОГАРИФМА
Для $\log_a b$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ	
1	$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = log_a \dfrac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n} \cdot \log_a b$
5	$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

СТЕПЕНИ

СТЕПЕНИ	
1	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2	$a^n : a^m = a^{n-m}$
3	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5	$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
6	$a^0 = 1$
7	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
8	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

КОРНИ

КОРНИ	
1	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
2	$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$
3	$(\sqrt{a})^2 = a$
4	$\sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$
5	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

	ФСУ
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

МОДУЛИ

КАК РАСКРЫВАТЬ МОДУЛИ

Если внутримодульное выражение положительное, то просто опускаем модуль

ПРИМЕР:

$y = |2-1| = 2-1$

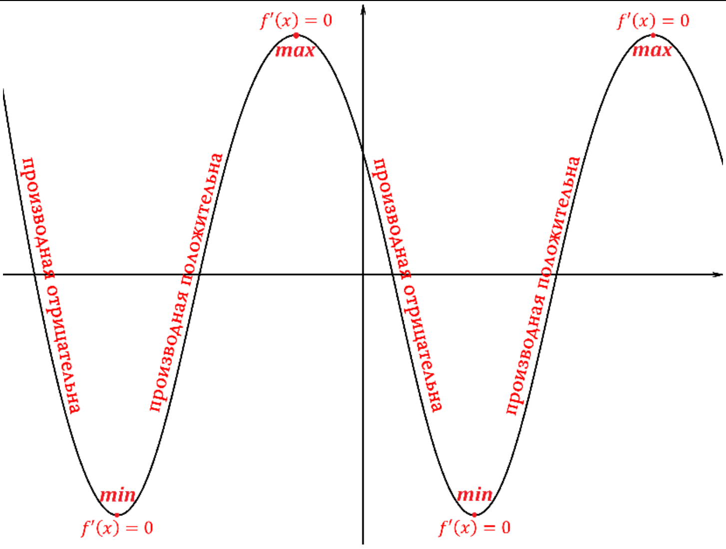
Если внутримодульное выражение отрицательное, то раскрываем модуль, меняя все знаки внутри модуля на противоположные

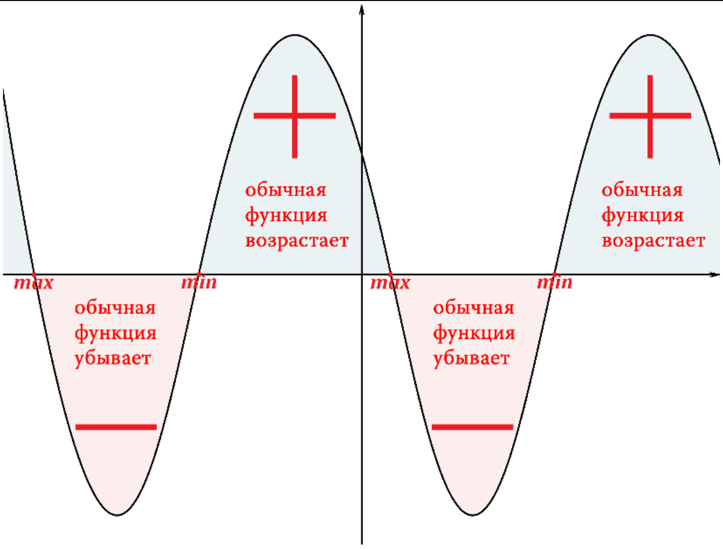
ПРИМЕР:

$y = |1-2| = -1+2$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 8

ГРАФИК ОБЫЧНОЙ ФУНКЦИИ	ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ





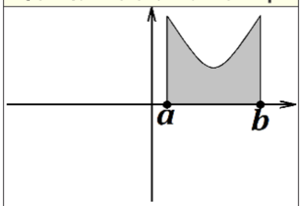
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ
$f'(x_0)=k=\operatorname{tg}\alpha$

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ
$S'(t)=V(t)$
$V'(t)=a(t)$

УСЛОВИЕ КАСАНИЯ ГРАФИКА ФУНКЦИИ И ПРЯМОЙ
$\begin{cases} y'=f'(x_0) \\ y=f(x_0) \end{cases}$

ПЕРВООБРАЗНАЯ
$F'(x)=f(x)$

ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА

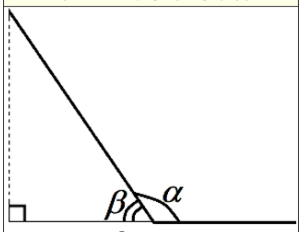


$S_{\text{фигуры под графиком}}=F(b)-F(a)$

ПРОИЗВОДНЫЕ	
1	$C'=0$
2	$x'=1$
3	$(Cx)'=C$
4	$(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$
5	$\left(\sqrt{x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U\cdot V)'=U'V+UV'$
7	$\left(\dfrac{U}{V}\right)'=\dfrac{U'V-UV'}{V^2}$
8	$\big(U(V)\big)'=\big(U(V)\big)'\cdot V'$
9	$(\sin x)'=\cos x$
10	$(\cos x)'=-\sin x$
11	$(\operatorname{tg}x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg}x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)'=e^x$
14	$(a^x)'=a^x\cdot\ln a$
15	$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$
16	$(\log_a b)'=\dfrac{1}{b\cdot\ln a}$

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ	
	Есть две прямые $y_1=k_1x+b_1$ $y_2=k_2x+b_2$
1	Если $k_1=k_2$ и $b_1=b_2$, то прямые совпадают **ПРИМЕР:** $y_1=2x+7$ и $y_2=2x+7$
2	Если $k_1=k_2$ и $b_1\neq b_2$, то прямые параллельны **ПРИМЕР:** $y_1=2x+7$ и $y_2=2x-5$
3	Если $k_1\neq k_2$, то прямые пересекаются **ПРИМЕР:** $y_1=2x+7$ и $y_2=3x+7$

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ТУПЫХ УГЛОВ



$\sin\alpha=\sin\beta$
$\cos\alpha=-\cos\beta$
$\operatorname{tg}\alpha=-\operatorname{tg}\beta$
$\operatorname{ctg}\alpha=-\operatorname{ctg}\beta$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 9

ТЕОРЕМА ВИЕТА
$ax^2+bx+c=0$
$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$

ДИСКРИМИНАНТ
$ax^2+bx+c=0$
$D=b^2-4ac$
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

ФСУ	
1	$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
3	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
4	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
5	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
6	$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
7	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

ПРОСТОЙ МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ	
1	Наносим на числовую прямую нули каждого множителя – выколотые точки, если это нули знаменателя или нули числителя при строгом неравенстве, т.е. когда знак $>$ или $<$ – закрашенные точки, если это нули числителя при нестрогом неравенстве, т.е. когда знак $\geq$ или $\leq$
2	Расставляем интервалы
3	Подставляем числа из каждого интервала и смотрим какой в итоге получается знак
4	Заштриховываем то, что искали

ПРОДВИНУТЫЙ МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ	
1	Наносим на числовую прямую нули каждого множителя – выколотые точки, если это нули знаменателя или нули числителя при строгом неравенстве, т.е. когда знак $>$ или $<$ – закрашенные точки, если это нули числителя при нестрогом неравенстве, т.е. когда знак $\geq$ или $\leq$
2	Расставляем интервалы
3	Смотрим на знак старшей степени каждого множителя и перемножаем все эти знаки, получаем итоговый знак справа (плюс или минус)
4	Если число было корнем нечётное количество раз, то слева ставим противоположный знак $(-\ +)$ или $(+\ -)$ Если число было корнем чётное количество раз, то слева ставим такой же знак $(+\ +)$ или $(-\ -)$
5	Заштриховываем то, что искали

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 10

УРАВНЕНИЕ ПУТИ

$S = V \cdot t$

Путь = скорость · время

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

$V_{\text{средняя}} = \dfrac{S_{\text{суммарное}}}{t_{\text{суммарное}}}$

СХЕМА ЗАДАЧ НА СПЛАВЫ И СМЕСИ

$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_3 \cdot m_3$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

1	$a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$
2	$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$
3	$d = \dfrac{a_n - a_m}{n - m}$

ТЕОРЕМА ВИЕТА

$ax^2 + bx + c = 0$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

ДИСКРИМИНАНТ

$ax^2 + bx + c = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

КАК ИЗВЛЕКАТЬ КОРЕНЬ ИЗ БОЛЬШОГО ЧИСЛА

$x^2 + 54x - 3240 = 0$
$D = 15876$

$100^2 = 10000$
$200^2 = 40000$
Значит наше число – это 100 с чем-то, но кажется, что ближе к 100, чем к 200

$120^2 = 14400$
$130^2 = 16900$
Значит наше число – это 120 с чем-то, но кажется, что ближе к 130, чем к 120

15876 заканчивается на 6, значит у нас два кандидата: 124 и 126, т.к. только с 4 и 6 на конце можно получить 15876

126 – более вероятный кандидат, поэтому сначала проверим его

$$\begin{array}{rccccc}
 & & \times & 1 & 2 & 6 \\
 & & & 1 & 2 & 6 \\
\hline
 & & & 7 & 5 & 6 \\
+ & & 2 & 5 & 2 & \\
 & 1 & 2 & 6 & & \\
\hline
 & 1 & 5 & 8 & 7 & 6
\end{array}$$

$x^2 + 54x - 3240 = 0$
$D = 15876 = 126^2$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 11

ПРЯМАЯ

УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ

$y = kx + b$

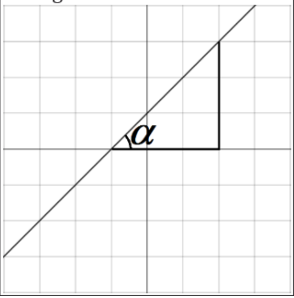
$y = kx$

$y = b$

ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ k

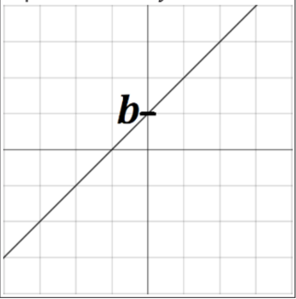
k отвечает за наклон прямой

$k = \operatorname{tg} \alpha$



ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ b

b отвечает за координату пересечения оси y



ПАРАБОЛА

УРАВНЕНИЕ ПАРАБОЛЫ

$y = ax^2 + bx + c$

$y = ax^2 + bx$

$y = ax^2 + c$

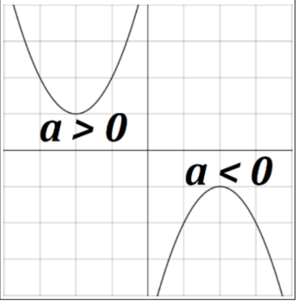
$y = ax^2$

ВЕРШИНА ПАРАБОЛЫ

$x_0 = \frac{-b}{2a}$

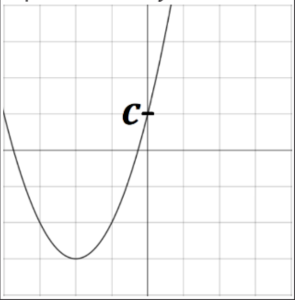
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ a

a отвечает за направление ветвей



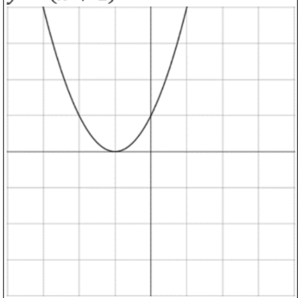
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ c

c отвечает за координату пересечения оси y



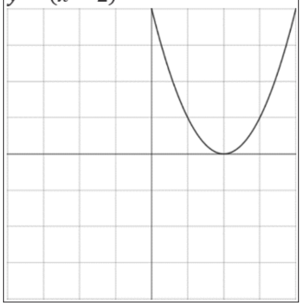
СДВИГ ВЛЕВО

$y = (x + 1)^2$



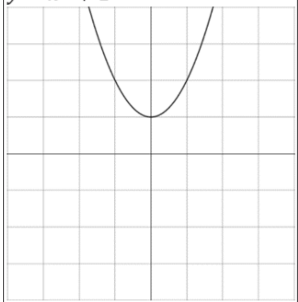
СДВИГ ВПРАВО

$y = (x - 2)^2$



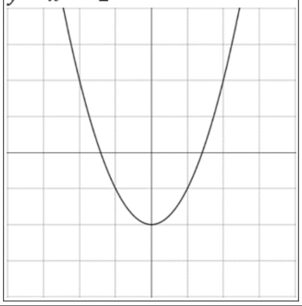
СДВИГ ВВЕРХ

$y = x^2 + 1$



СДВИГ ВНИЗ

$y = x^2 - 2$



ГИПЕРБОЛА

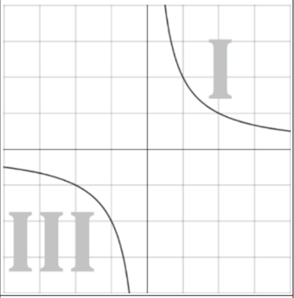
УРАВНЕНИЕ ГИПЕРБОЛЫ

$y = \frac{k}{x}$

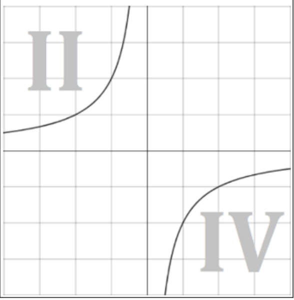
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ k

k отвечает за расположение ветвей гиперболы в разных четвертях

$k > 0$

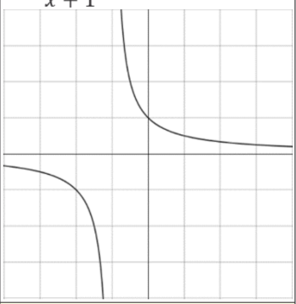


$k < 0$



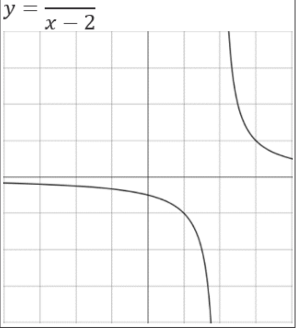
СДВИГ ВЛЕВО

$y = \frac{1}{x + 1}$



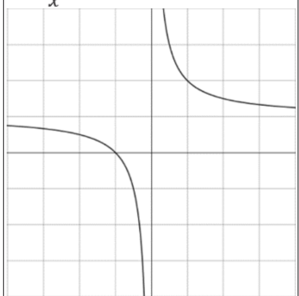
СДВИГ ВПРАВО

$y = \frac{1}{x - 2}$



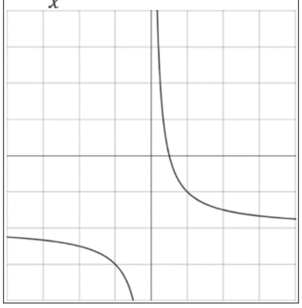
СДВИГ ВВЕРХ

$y = \frac{1}{x} + 1$



СДВИГ ВНИЗ

$y = \frac{1}{x} - 2$



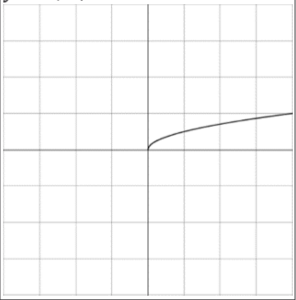
ФУНКЦИЯ КОРНЯ

УРАВНЕНИЕ КОРНЯ

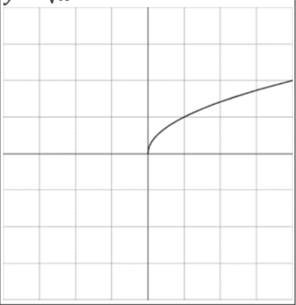
$y = k\sqrt{x}$

ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ k

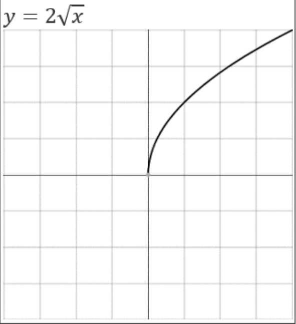
$y = 0{,}5\sqrt{x}$



$y = \sqrt{x}$



$y = 2\sqrt{x}$



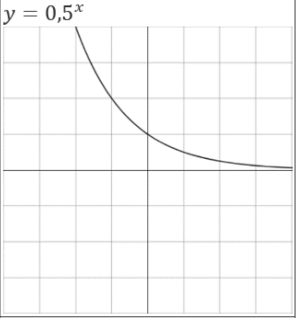
ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

УРАВНЕНИЕ ФУНКЦИИ

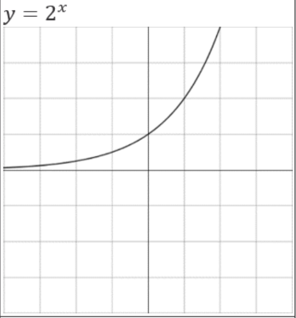
$y = a^x$

ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ a

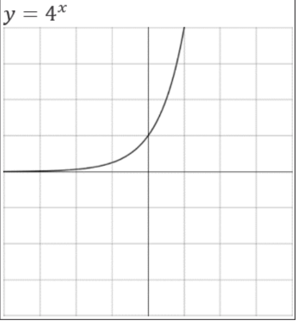
$y = 0{,}5^x$



$y = 2^x$

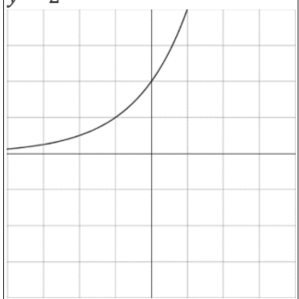


$y = 4^x$



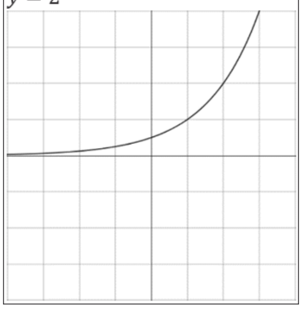
СДВИГ ВЛЕВО

$y = 2^{x+1}$



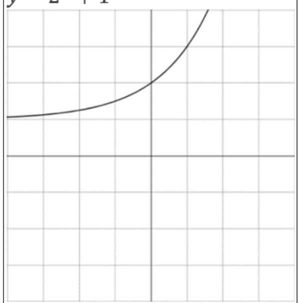
СДВИГ ВПРАВО

$y = 2^{x-1}$



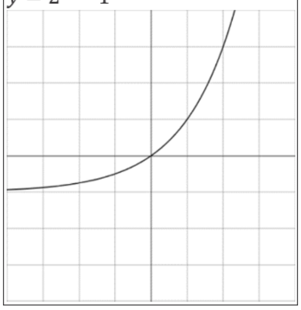
СДВИГ ВВЕРХ

$y = 2^x + 1$



СДВИГ ВНИЗ

$y = 2^x - 1$



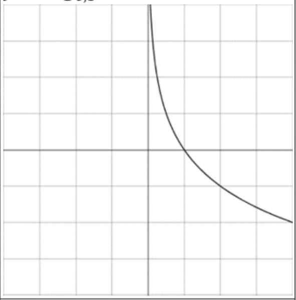
ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

УРАВНЕНИЕ ФУНКЦИИ

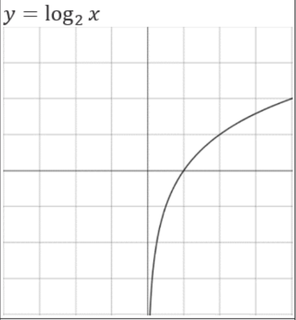
$y = \log_a x$

ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ a

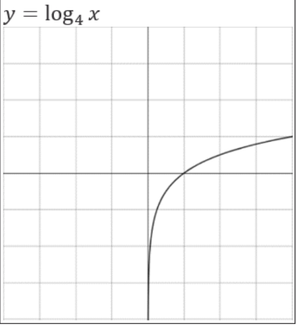
$y = \log_{0,5} x$



$y = \log_2 x$

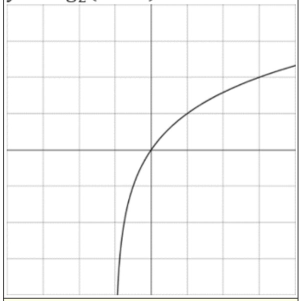


$y = \log_4 x$



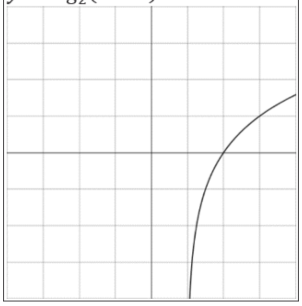
СДВИГ ВЛЕВО

$y = \log_2(x + 1)$



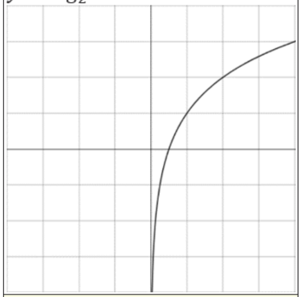
СДВИГ ВПРАВО

$y = \log_2(x - 1)$



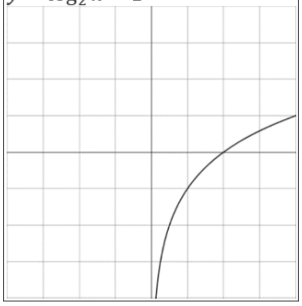
СДВИГ ВВЕРХ

$y = \log_2 x + 1$



СДВИГ ВНИЗ

$y = \log_2 x - 1$



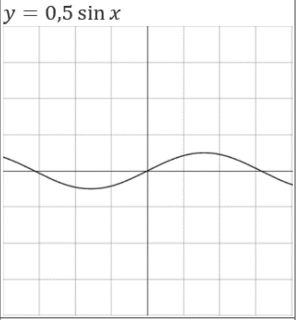
ФУНКЦИЯ СИНУСА

УРАВНЕНИЕ ФУНКЦИИ

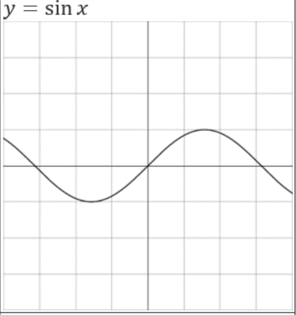
$y = a \sin x + b$

ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ a

$y = 0{,}5 \sin x$



$y = \sin x$



$y = 2 \sin x$

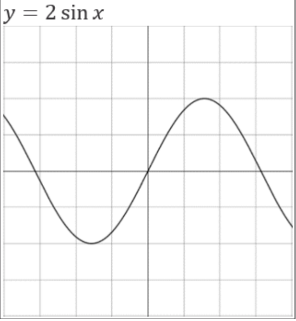
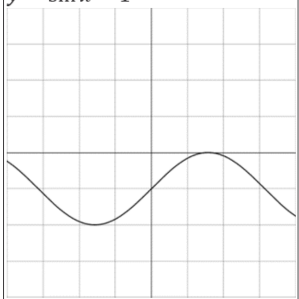
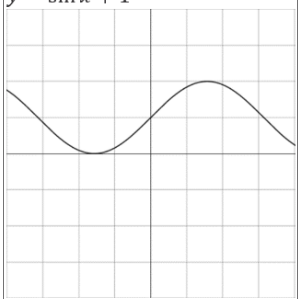


ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ b

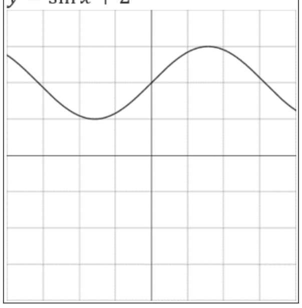
$y = \sin x - 1$



$y = \sin x + 1$



$y = \sin x + 2$



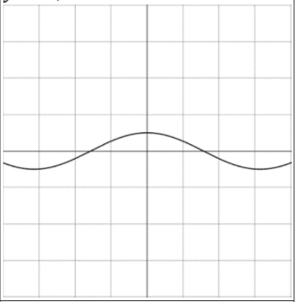
ФУНКЦИЯ КОСИНУСА

УРАВНЕНИЕ ФУНКЦИИ

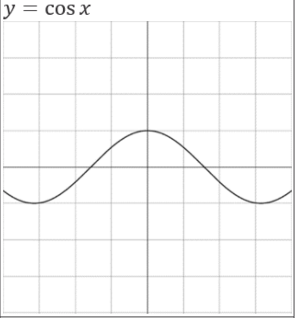
$y = a\cos x + b$

ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ a

$y = 0{,}5\cos x$



$y = \cos x$



$y = 2\cos x$

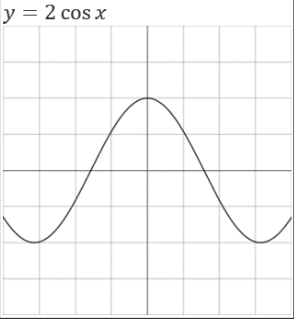
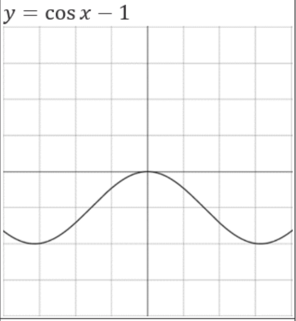
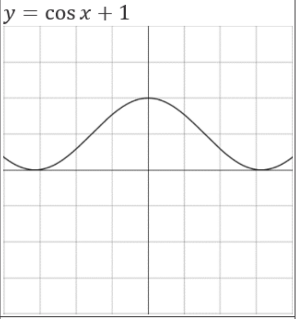


ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ b

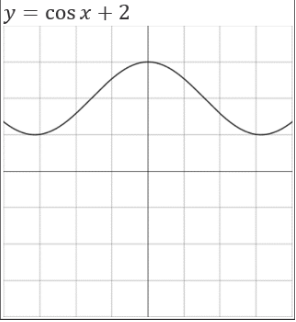
$y = \cos x - 1$



$y = \cos x + 1$



$y = \cos x + 2$



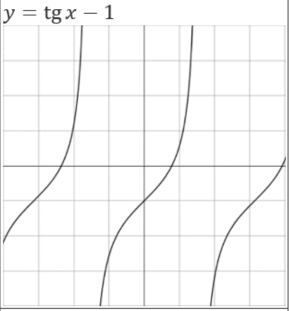
ФУНКЦИЯ ТАНГЕНСА

УРАВНЕНИЕ ФУНКЦИИ

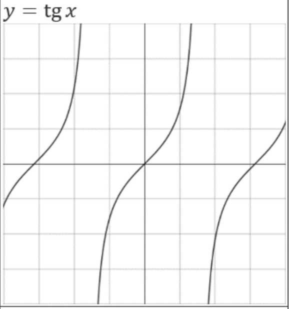
$y = a\,\mathrm{tg}\,x + b$

ГРАФИК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ b

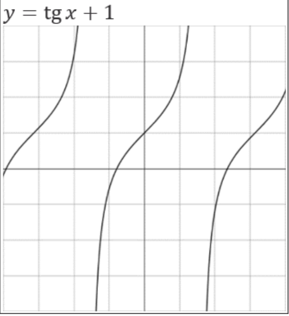
$y = \mathrm{tg}\,x - 1$



$y = \mathrm{tg}\,x$



$y = \mathrm{tg}\,x + 1$



СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 12

ПРОИЗВОДНЫЕ	
1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$\left(U(V)\right)' = \left(U(V)\right)' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

ВЕРШИНА ПАРАБОЛЫ
$x_0 = \frac{-b}{2a}$

ФСУ	
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

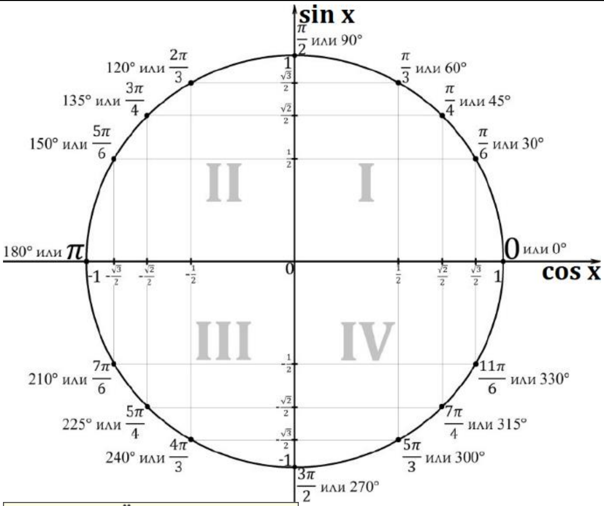
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА
Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ
$a^{\log_a b} = b$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ	
1	$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = log_a \frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
5	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 13

ТРИГОНОМЕТРИЯ



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
3	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$
4	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

СИНУС

$\sin\alpha = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

КОСИНУС

$\cos\alpha = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ТАНГЕНС

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

КОТАНГЕНС

$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$

$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

ЧЁТНОСТЬ

1	$\sin(-x) = -\sin x$
2	$\cos(-x) = \cos x$
3	$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
4	$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

ЛОГАРИФМЫ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$a^{\log_a b} = b$

ОДЗ ЛОГАРИФМА

Для $\log_a b$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1	$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = log_a \dfrac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n} \cdot \log_a b$
5	$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

КОРНИ

КОРНИ

1	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
2	$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$
3	$(\sqrt{a})^2 = a$
4	$\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$
5	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

СТЕПЕНИ

СТЕПЕНИ

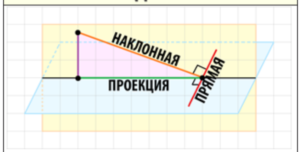
1	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2	$a^n : a^m = a^{n-m}$
3	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5	$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
6	$a^0 = 1$
7	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
8	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

ФСУ

	ФСУ
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

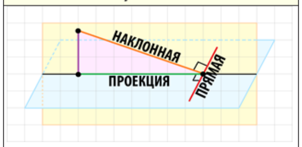
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 14

ТЕОРЕМА О ТРЁХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ



Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной

ТЕОРЕМА, ОБРАТНАЯ ТТП



Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная наклонной, перпендикулярна и проекции наклонной на эту плоскость

КАК СТРОИТЬ СЕЧЕНИЯ

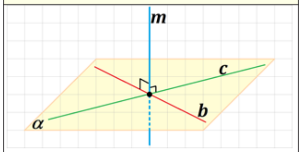
Проводим прямые через две точки, лежащие на одной грани

Плоскость сечения пересекает параллельные грани по параллельным прямым

Метод следов (построение вспомогательной прямой, являющейся линией пересечения секущей плоскости с плоскостью грани фигуры)

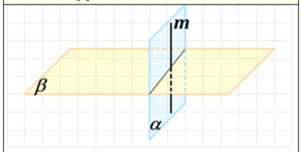
Если секущая плоскость проходит через прямую, параллельную плоскости, то она пересекает эту плоскость по прямой, параллельной начальной прямой

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



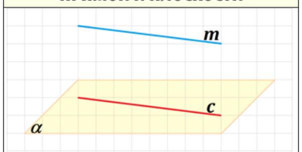
Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ



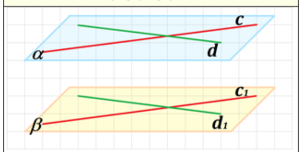
Плоскости перпендикулярны, если одна из плоскостей содержит прямую, перпендикулярную другой плоскости

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости

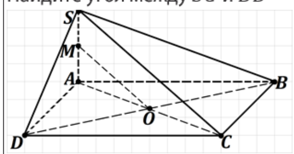
ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ



Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости

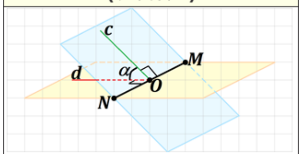
УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ

Найдите угол между SC и BD



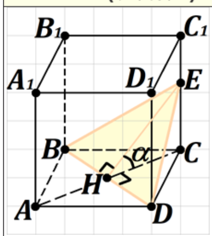
Сделаем параллельный перенос SC на OM и найдём угол между OM и BD

УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ (СПОСОБ 1)



Угол между плоскостями – это угол между перпендикулярами к линии их пересечения, проведёнными в этих плоскостях

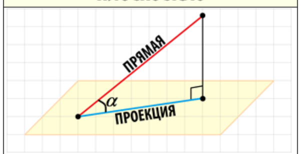
УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ (СПОСОБ 2)



Находим угол между плоскостью сечения и плоскостью проекции сечения

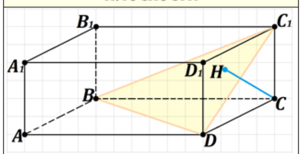
$$\cos\alpha = \frac{S_{\text{проекции}}}{S_{\text{сечения}}}$$

УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ



Угол между прямой и плоскостью – это угол между прямой и её проекцией на плоскость

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ



Расстояние от точки до плоскости можно найти как высоту пирамиды, выразив объём двумя способами

$$V = \frac{1}{3}\cdot S_{BDC_1}\cdot CH = \frac{1}{3}\cdot S_{BCD}\cdot CC_1$$

РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ

Расстояние между скрещивающимися прямыми – это длина общего перпендикуляра, проведённого к этим прямым

Если одна из двух скрещивающихся прямых лежит в плоскости, а другая – параллельна этой плоскости, то расстояние между данными прямыми равно расстоянию между прямой и плоскостью

Если две скрещивающиеся прямые лежат в параллельных плоскостях, то расстояние между этими прямыми равно расстоянию между параллельными плоскостями

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 15

ЛОГАРИФМЫ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$a^{\log_a b} = b$

ОДЗ ЛОГАРИФМА

Для $\log_a b$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1	$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = log_a \frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
5	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

БЫЛО	СТАЛО
$\log_a f - \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f - a^g$	$(a-1)(f-g)$
$\lvert f\rvert - \lvert g\rvert$	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$(f-g)$

СТЕПЕНИ

1	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2	$a^n : a^m = a^{n-m}$
3	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
6	$a^0 = 1$
7	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

КОРНИ

1	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
2	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
3	$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$
4	$\sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$
5	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

ФСУ

1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

КАК РАСКРЫВАТЬ МОДУЛИ

Если внутримодульное выражение положительное, то просто опускаем модуль

ПРИМЕР:

$y = |2-1| = 2-1$

Если внутримодульное выражение отрицательное, то раскрываем модуль, меняя все знаки внутри модуля на противоположные

ПРИМЕР:

$y = |1-2| = -1+2$

ТЕОРЕМА ВИЕТА

$ax^2 + bx + c = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

ДИСКРИМИНАНТ

$ax^2 + bx + c = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 16

ЧТО ТАКОЕ ПРОЦЕНТ?

1 % от числа – это $\frac{1}{100}$ числа

R ПРОЦЕНТОВ ОТ ЧИСЛА

r% от числа – это $\frac{r}{100}$ числа

УВЕЛИЧЕНИЕ НА R ПРОЦЕНТОВ

Увеличение на r% – это увеличение на $\frac{r}{100}$ числа

УМЕНЬШЕНИЕ НА R ПРОЦЕНТОВ

Уменьшение на r% – это уменьшение на $\frac{r}{100}$ числа

КАК ИЗВЛЕКАТЬ КОРЕНЬ ИЗ БОЛЬШОГО ЧИСЛА

$x^2 + 54x - 3240 = 0$
$D = 15876$

$100^2 = 10000$
$200^2 = 40000$
Значит наше число – это 100 с чем-то, но кажется, что ближе к 100, чем к 200

$120^2 = 14400$
$130^2 = 16900$
Значит наше число – это 120 с чем-то, но кажется, что ближе к 130, чем к 120

15876 заканчивается на 6, значит у нас два кандидата: 124 и 126, т.к. только с 4 и 6 на конце можно получить 15876

126 – более вероятный кандидат, поэтому сначала проверим его

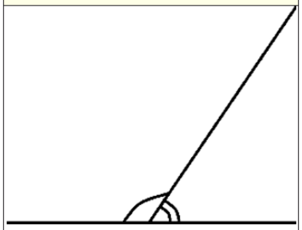
$$\begin{array}{cccccc}
 & & \times & 1 & 2 & 6 \\
 & & & 1 & 2 & 6 \\ \cline{4-6}
 & & & 7 & 5 & 6 \\
+ & & 2 & 5 & 2 & \\
 & 1 & 2 & 6 & & \\ \cline{2-6}
 & 1 & 5 & 8 & 7 & 6
\end{array}$$

$x^2 + 54x - 3240 = 0$
$D = 15876 = 126^2$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 17

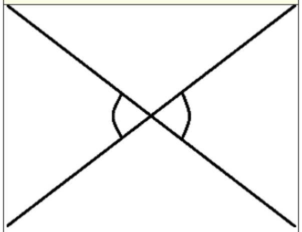
УГЛЫ

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ



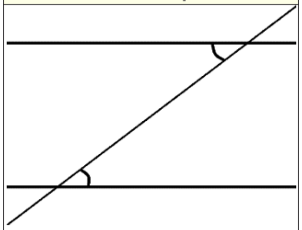
В сумме 180°

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ



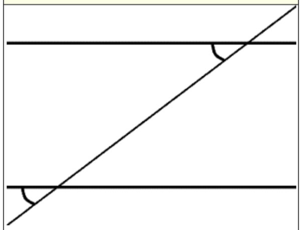
Равны

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ



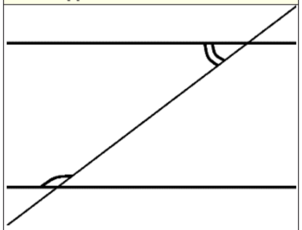
Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ



Если соответственные углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

ОДНОСТОРОННИЕ УГЛЫ



Если сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

СУММА УГЛОВ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

360°

СУММА УГЛОВ МНОГОУГОЛЬНИКА

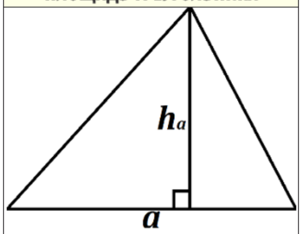
У пятиугольника 540°

У шестиугольника 720°

У n –угольника $180° \cdot (n-2)$

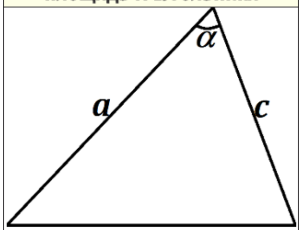
ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



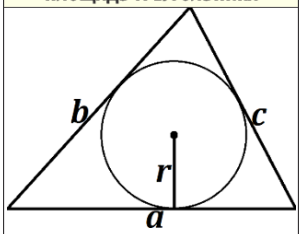
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\alpha$

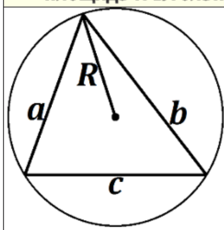
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



$S = pr$

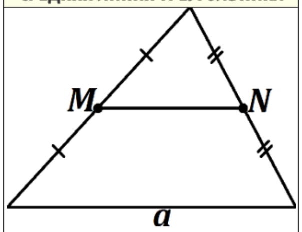
p – полупериметр

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



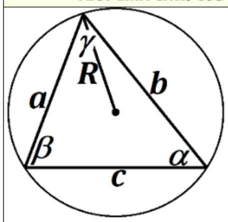
$S = \frac{abc}{4R}$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА



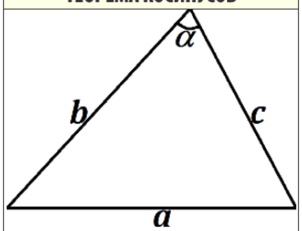
- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основанию
- Равна половине основания

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

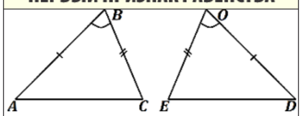
ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

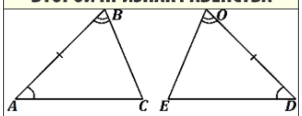
$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



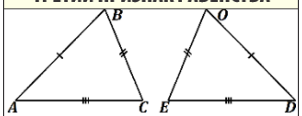
По двум сторонам и углу между ними

ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



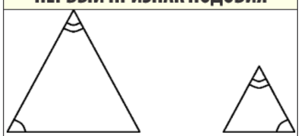
По стороне и двум, прилежащим к ней углам

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



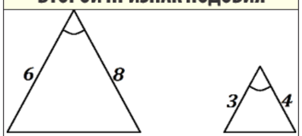
По трём сторонам

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



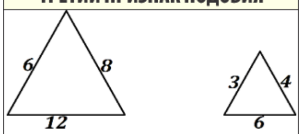
По двум углам

ВТОРОЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



По двум пропорциональным сторонам и углу между ними

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



По трём пропорциональным сторонам

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

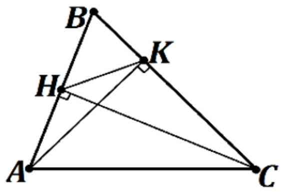
Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$

ОТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ

В подобных треугольниках отношение периметров, биссектрис, медиан, высот и серединных перпендикуляров равно коэффициенту подобия

ПОДОБИЕ ABC и HBK



$\cos B = \frac{BK}{AB}$

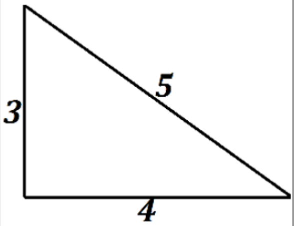
$\cos B = \frac{BH}{BC}$

$\Delta\, ABC \sim \Delta\, HBK$ по 2 признаку $\left(\frac{BK}{AB} = \frac{BH}{BC}\ \text{и}\ \angle B - \text{общий}\right)$

НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

В любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны

ПРИМЕР:

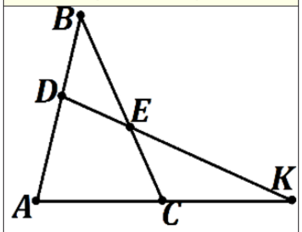


$3 + 4 > 5$

$3 + 5 > 4$

$4 + 5 > 3$

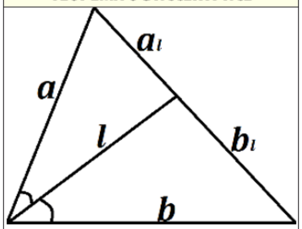
ТЕОРЕМА МЕНЕЛАЯ



Если прямая пересекает две стороны треугольника и продолжение третьей, то $\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BE}{EC} \cdot \frac{CK}{KA} = 1$

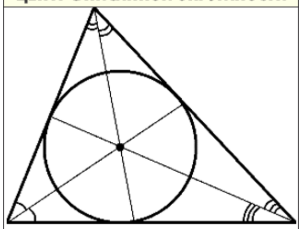
БИССЕКТРИСА, МЕДИАНА И СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

ТЕОРЕМА О БИССЕКТРИСЕ



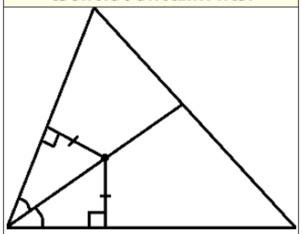
$\frac{a_l}{b_l} = \frac{a}{b}$

ЦЕНТР ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



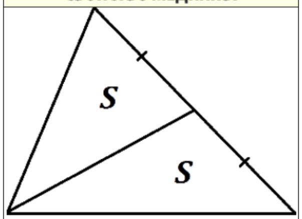
Центр вписанной в треугольник окружности – это точка пересечения биссектрис

СВОЙСТВО БИССЕКТРИСЫ



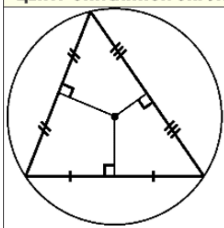
Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями)

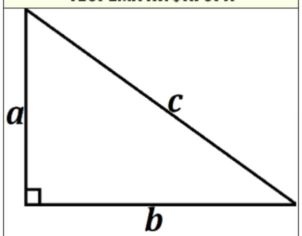
ЦЕНТР ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника

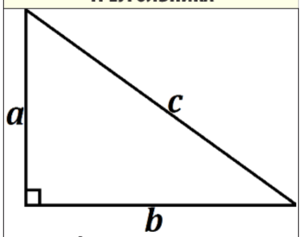
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



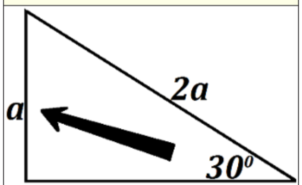
$c^2 = a^2 + b^2$

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



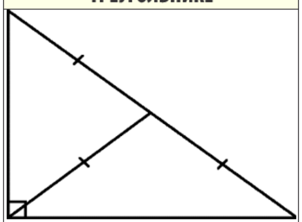
$S = \frac{a \cdot b}{2}$

СВОЙСТВО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



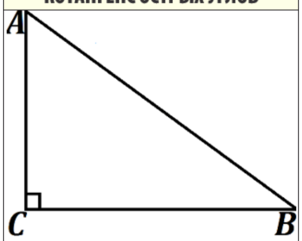
Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ОСТРЫХ УГЛОВ



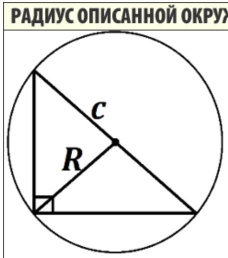
$\sin A = \cos B$

$\sin B = \cos A$

$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B$

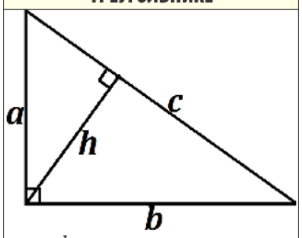
$\operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} A$

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



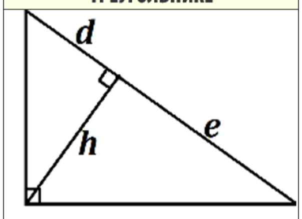
$R = \frac{c}{2}$

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



$h = \frac{ab}{c}$

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



$h^2 = de$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

По двум катетам

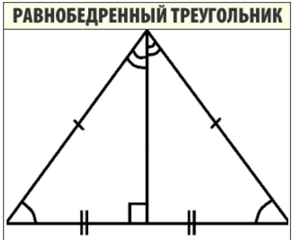
По катету и прилежащему к нему острому углу

По гипотенузе и острому углу

По гипотенузе и катету

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

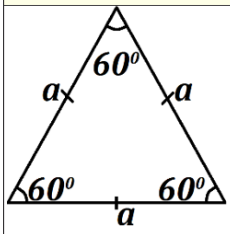
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

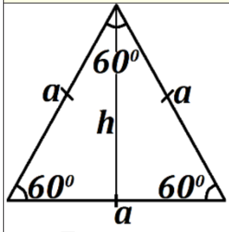
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



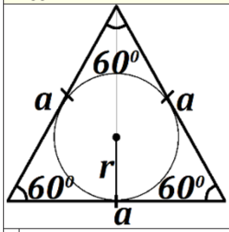
$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

ВЫСОТА РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



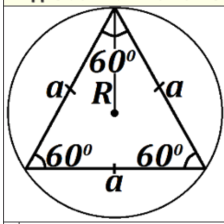
$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$r = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{6}$
2	$r = \frac{1}{3} \cdot h$

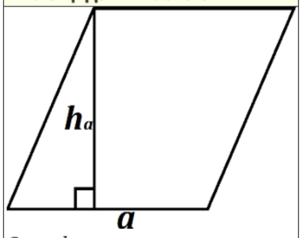
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$R = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{3}$
2	$R = \frac{2}{3} \cdot h$

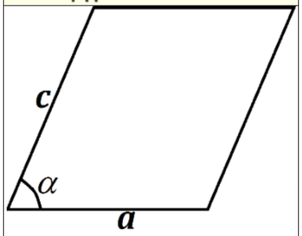
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



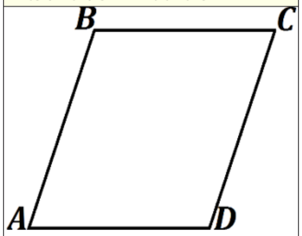
$S = ah_a$

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



$S = ac \cdot \sin \alpha$

СВОЙСТВО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°

ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

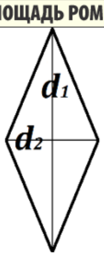
Если две стороны равны и параллельны

Если противоположные стороны попарно равны

Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

РОМБ

ПЛОЩАДЬ РОМБА



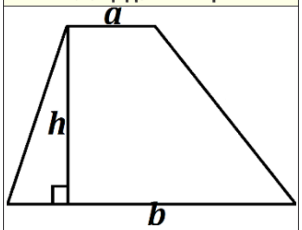
$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

ПЛОЩАДЬ РОМБА

$S = pr$

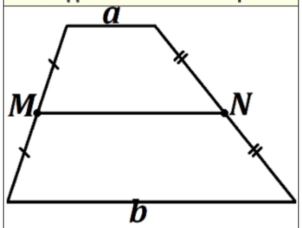
ТРАПЕЦИЯ

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ



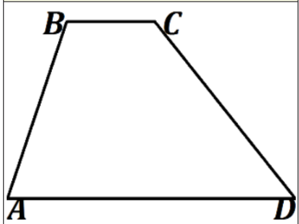
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



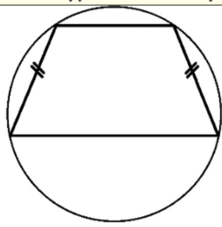
- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

СВОЙСТВО ТРАПЕЦИИ



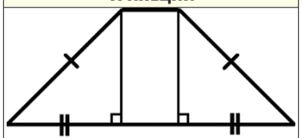
В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°

РАВНОБЕДРЕННАЯ ТРАПЕЦИЯ



Если трапеция вписана в окружность, то она - равнобедренная

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ



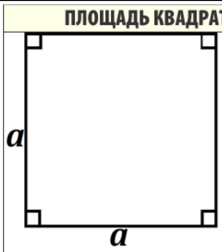
Высоты, опущенные из вершин тупых углов равнобедренной трапеции, образуют два равных отрезка на большем основании трапеции

ПРЯМОУГОЛЬНИК И КВАДРАТ

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

$S = a \cdot b$

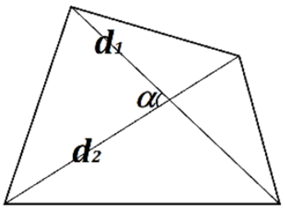
ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА



$S = a^2$

ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК

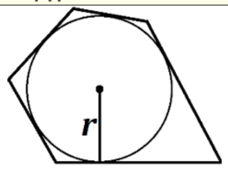
ПЛОЩАДЬ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha}{2}$

МНОГОУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА

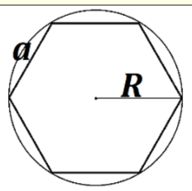


$S = pr$

p — полупериметр

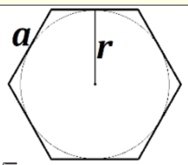
РАВНОСТОРОННИЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$R = a$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$r = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2	$1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
3	$1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
4	$\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1$

СИНУС

$\sin\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

КОСИНУС

$\cos\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ТАНГЕНС

1	$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$
2	$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

КОТАНГЕНС

1	$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$
2	$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

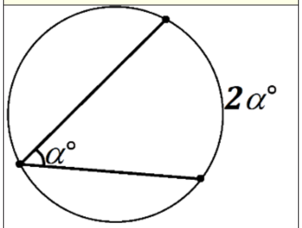
$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

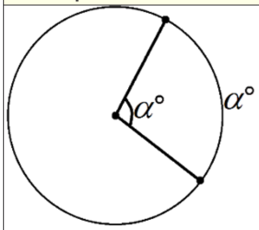
ОКРУЖНОСТЬ

ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ



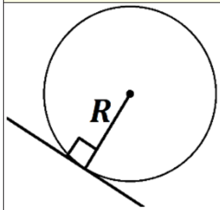
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ



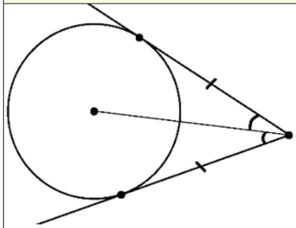
Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ



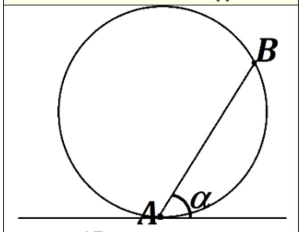
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

СВОЙСТВО ОТРЕЗКОВ КАСАТЕЛЬНЫХ



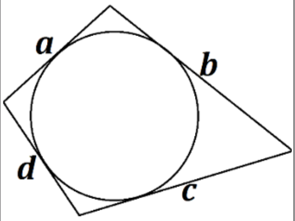
Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

ТЕОРЕМА ОБ УГЛЕ МЕЖДУ КАСАТЕЛЬНОЙ И ХОРДОЙ



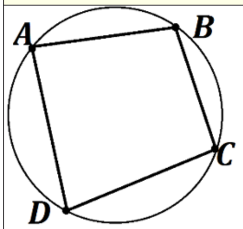
$\alpha = \frac{\smile AB}{2}$

СВОЙСТВО ОПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



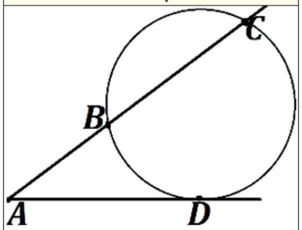
$a + c = b + d$

СВОЙСТВО ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



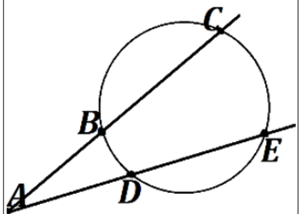
$\angle A + \angle C = 180°$
$\angle B + \angle D = 180°$

ТЕОРЕМА О КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ



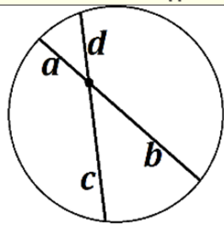
$AD^2 = AB \cdot AC$

ТЕОРЕМА О СЕКУЩИХ



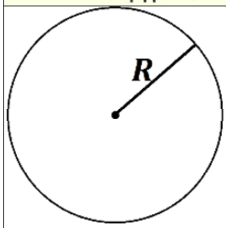
$AD \cdot AE = AB \cdot AC$

СВОЙСТВО ХОРД



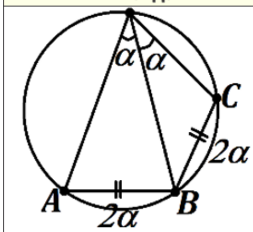
$a \cdot b = c \cdot d$

ПЛОЩАДЬ КРУГА



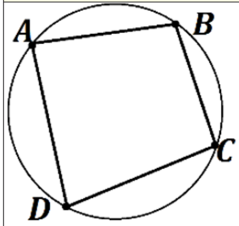
$S = \pi R^2$

ХОРДЫ



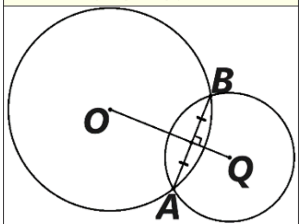
Хорды, стягивающие равные дуги, равны

ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ



$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$
(работает только для вписанного четырёхугольника)

СВОЙСТВО ОБЩЕЙ ХОРДЫ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ



Общая хорда AB двух пересекающихся окружностей перпендикулярна к линии центров и делится ею пополам

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 18

ЧТО ТАКОЕ ПАРАМЕТР?
Параметр – это буква (чаще всего a), вместо которой можно подставить число

РЕШИТЬ ЗАДАЧУ С ПАРАМЕТРОМ
Решить задачу с параметром – это значит найти те самые числа, подставив которые под a, выполнится условие задачи

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 19

РАЗЛОЖЕНИЕ НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ

#20 из видеокурса	#20 из видеокурса	#104 из видеокурса
$\begin{array}{r\|l} 1105 & 5 \\ 221 & 13 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$ $1105 = 5 \cdot 13 \cdot 17$	$\begin{array}{r\|l} 1106 & 2 \\ 553 & 7 \\ 79 & 79 \\ 1 & \end{array}$ $1106 = 2 \cdot 7 \cdot 79$	$\begin{array}{r\|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА

Простые числа – это целые положительные числа, которые делятся только на себя и на единицу (2; 3; 5; 7; 11; …)
Составные числа – это целые положительные числа, у которых существует ещё хотя бы один делитель, кроме себя и единицы (4; 6; 8; 9; …)
1 – это не простое и не составное число
2 – это единственное чётное простое число (все остальные чётные являются составными)

ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Взаимно простые числа – это числа, у которых нет общих делителей, кроме единицы (11 и 12; 15 и 8; 100 и 99; …)

НОД

НОД (Наибольший Общий Делитель) – это наибольшее число, на которое данные числа делятся без остатка
НОД (16; 30; 12) = 2
НОД (21; 15; 48) = 3

НОК

НОК (Наименьшее Общее Кратное) – это наименьшее число, которое делится на каждое из данных натуральных чисел
НОК (2; 3) = 6
НОК (75; 60) = 300

ДЕЛИТЕЛЬ И КРАТНОЕ

Делитель – на него делится число
Кратное – оно делится на число
1; 2; 5; 10; 25; 50 – это делители числа 50
50; 100; 150; 200; … – это кратные 50 числа

ВИДЫ ЧИСЕЛ

N (натуральные числа) – это положительные целые (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; …)
Z (целые числа) – это числа из множества (0; 1; -1; 2; -2; …)
Q (рациональные числа) – это числа вида $\frac{m}{n}$, где m — целое число, а n — натуральное ($\frac{2}{7}$; 1; $5\frac{2}{5}$; 6,7; …)
R (действительные числа) – это объединение рациональных и иррациональных чисел
∅ – это пустое множество или «нет решений»

ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ ЧИСЛА

Чётные числа – это числа, которые делятся на 2 (0; 2; 4; 6; …)
Нечётные числа – это числа, которые не делятся на 2 (1; 3; 5; 7; …)

СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

$$\text{Среднее арифметическое} = \frac{\text{Сумма чисел}}{\text{Количество чисел}}$$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Арифметическая прогрессия – это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом (например, 2; 5; 8; 11; 14; …)
a_1 — это первый член прогрессии
a_n — это n —ый член прогрессии
S_n — это сумма первых n членов прогрессии
d — это разность прогрессии (то самое число, которое всё время прибавляется)

$$a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$$
$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

#2 из видеокурса	#2 из видеокурса	#3 из видеокурса
Чему равно 3+13+23+33+43+53+63+73? $S = \frac{3+73}{2} \cdot 8 = 304$	Чему равно 2+4+6+…+52+54? $S = \frac{2+54}{2} \cdot 27 = 756$	Чему равна сумма 100 первых натуральных чисел? $S = \frac{1+100}{2} \cdot 100 = 5050$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Геометрическая прогрессия – это числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля и каждый член, начиная со второго равен предыдущему, умноженному на одно и то же не равное нулю число (например, 2; 6; 18; 54; …)
b_1 — это первый член прогрессии
b_n — это n —ый член прогрессии
q — это знаменатель прогрессии (то самое число, на которое всё время умножается)

ДЕСЯТИЧНАЯ ЗАПИСЬ ЧИСЛА

Десятичная запись числа – это сумма степеней десяток с коэффициентами

#13 из видеокурса	#17 из видеокурса	#18 из видеокурса
Дано трёхзначное натуральное число. Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 82? $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c}{a+b+c} = 82$	С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3. Могло ли в результате такой операции получиться число 300? $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 300$	С трёхзначным числом производят следующую операцию: к нему прибавляют цифру десятков, умноженную на 10, а затем к получившейся сумме прибавляют 3. Могло ли в результате такой операции получиться число 224? $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c + b \cdot 10 + 3 = 224$

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Признак делимости на 2	Признак делимости на 3	Признак делимости на 4	Признак делимости на 5
Число делится на 2, если его последняя цифра чётная (0 или 2, или 4, или 6, или 8) 1268 делится на 2, т.к. последняя цифра 8 является чётной	Число делится на 3, если его сумма цифр также делится на 3 201432 делится на 3, т.к. 2+0+1+4+3+2=12 также делится на 3	Число делится на 4, если две его последние цифры нули или составляют число, которое делится на 4 18394735980274372 делится на 4, т.к. последние две цифры составляют число 72, которое делится на 4	Число делится на 5, если его последняя цифра 0 или 5 32557245 делится на 5, т.к. последняя цифра 5
Признак делимости на 8	**Признак делимости на 9**	**Признак делимости на 10**	**Признак делимости на 11**
Число делится на 8, если три его последние цифры нули или составляют число, которое делится на 8 18394735980274160 делится на 8, т.к. последние три цифры составляют число 160, которое делится на 8	Число делится на 9, если его сумма цифр также делится на 9 261432 делится на 9, т.к. 2+6+1+4+3+2=18 также делится на 9	Число делится на 10, если его последняя цифра 0 32557240 делится на 10, т.к. последняя цифра 0	Число делится на 11, если сумма цифр (стоящих на чётных местах) равна сумме цифр (стоящих на нечётных местах), либо разность этих сумм делится на 11 1232 делится на 11, т.к. 1+3=2+2 1925 делится на 11, т.к. (9+5)-(1+2)=11

СЛОЖЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

Если $a < b$ $c < d$ то $a + c < b + d$	Если $a > b$ $c > d$ то $a + c > b + d$
#60 из видеокурса	**#60 из видеокурса**
$a_1 \geq 1$ $a_2 \geq 2$ $a_3 \geq 3$ $a_4 \geq 4$ $a_5 \geq 5$ $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \geq 1 + 2 + 3 + 4 + 5$ $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \geq 15$	$a_6 - a_5 \geq 1$ $a_6 - a_4 \geq 2$ $a_6 - a_3 \geq 3$ $a_6 - a_2 \geq 4$ $a_6 - a_1 \geq 5$ $5a_6 - a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 \geq 1 + 2 + 3 + 4 + 5$ $5a_6 - a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5 \geq 15$

УРАВНЕНИЕ В ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ

Решить уравнение в целых числах – значит подобрать такие целые x и y, которые бы дали верное равенство

#12 из видеокурса	#13 из видеокурса	#64 из видеокурса
Найдите наименьшее возможное N $\begin{cases} 3N = 5a \\ 5N = 7b \end{cases}$ $\begin{cases} a = \frac{3N}{5} \\ b = \frac{5N}{7} \end{cases}$ => N должно быть кратно 5 и 7 одновременно => $N \geq 35$	$2a = 8b + 9c$, где a, b и c — цифры трёхзначного числа При $a = 4$ $b = 1$ $c = 0$ Получаем верное равенство	$14y = 3x$ При $x = 14$ $y = 3$ Мы получим верное равенство, есть и другие решения в целых числах

СВОЙСТВА ДЕЛИМОСТИ

Если каждое слагаемое делится на число, то сумма должна делиться на это число

#8 из видеокурса	#17 из видеокурса	#18 из видеокурса
a_1 и d — натуральные числа. Чему равны a_1 и d, если $2a_1 + 4d = 99$? Левая часть уравнения кратна 2, а правая нет, значит равенство невозможно Можно доказать и так: $2a_1 + 4d = 99$ $a_1 + 2d = 49{,}5$ НО сумма целых чисел не может быть дробным числом	a и b — цифры. Чему равны a и b, если $33a + 3b = 151$? Левая часть уравнения кратна 3, а правая нет, значит равенство невозможно Можно доказать и так: $33a + 3b = 151$ $11a + b = \frac{151}{3}$ НО сумма целых чисел не может быть дробным числом	a и b — цифры. Чему равны a и b, если $100a + 20b = 310$? Левая часть уравнения кратна 20, а правая нет, значит равенство невозможно Можно доказать и так: $100a + 20b = 310$ $5a + b = 15{,}5$ НО сумма целых чисел не может быть дробным числом

КАК МИНИМИЗИРОВАТЬ ИЛИ МАКСИМИЗИРОВАТЬ ВЫРАЖЕНИЯ

#8 из видеокурса	#59 из видеокурса	#60 из видеокурса
Найдите наибольшее возможное целое n $n = \frac{13 - 2a_1}{d} + 1$ Для максимизации n нужно брать a_1 и d как можно меньшими, т.е. $a_1 = 1$ и $d = 1$ $n \leq \frac{13 - 2 \cdot 1}{1} + 1$ $n \leq 12$	Найдите наименьшую возможную сумму чисел $S = 168 - (a_6 + a_7)$ S будет наименьшей при наибольшем возможном значении $(a_6 + a_7)$ Учитывая, что $(a_6 + a_7) \leq 27$ Получаем $S \geq 168 - 27$ $S \geq 141$	Найдите наибольшее возможное $S - B$ $S - B = \frac{120 - 12B}{11}$ $S - B$ будет наибольшим при наименьшем возможном B Учитывая, что $B \geq 8$ Получаем $S - B \leq \frac{120 - 12 \cdot 8}{11}$ $S - B \leq \frac{24}{11}$

МИНИМАЛЬНАЯ СУММА

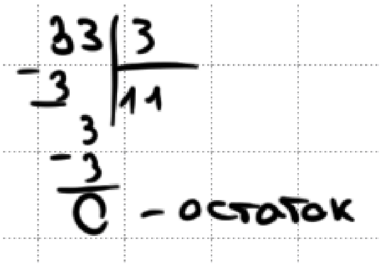
#2 из видеокурса	#3 из видеокурса	#6 из видеокурса
Сумма 35 различных натуральных чисел равна 1062. Может ли на доске быть 8 чисел, заканчивающихся на три и 27 чётных чисел? $\begin{matrix}\text{Сумма восьми чисел,}\\ \text{зак. на три}\end{matrix} \geq \frac{3+73}{2}\cdot 8$ $\begin{matrix}\text{Сумма восьми чисел,}\\ \text{зак. на три}\end{matrix} \geq 304$ $\begin{matrix}\text{Сумма 27} - \text{ми чётных}\\ \text{чисел}\end{matrix} \geq \frac{2+54}{2}\cdot 27$ $\begin{matrix}\text{Сумма восьми чисел,}\\ \text{зак. на три}\end{matrix} \geq 756$ $\text{Сумма всех 35 чисел} \geq 304+756$ $\text{Сумма всех 35 чисел} \geq 1060$ => Может	На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5120. Может ли оказаться среди них число 230? $\begin{matrix}\text{Сумма 230}\\ \text{и 99 наим. чисел}\end{matrix} \geq 230+\frac{1+99}{2}\cdot 99$ $\begin{matrix}\text{Сумма 230}\\ \text{и 99 наим. чисел}\end{matrix} \geq 5180$ => Не может	На доске написано 5 различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 4. Может ли их сумма составлять 390? $S \geq 24+54+84+114+144$ $S \geq 420$ => Не может

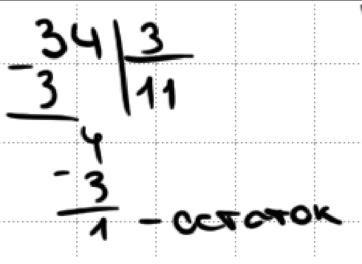
ВЫДЕЛЕНИЕ ЦЕЛОЙ ЧАСТИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЫРАЖЕНИЯ

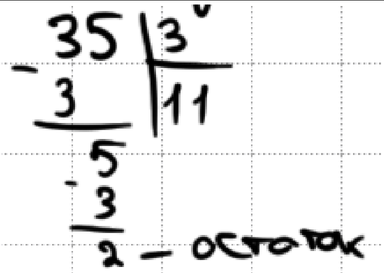
#13 из видеокурса	#15 из видеокурса	#18 из видеокурса
Найдите наибольшее возможное целое k $\frac{100a+10b+c}{a+b+c}=k$ $\frac{a+b+c}{a+b+c}+\frac{99a+9b}{a+b+c}=k$ $1+\frac{99a+9b}{a+b+c}=k$ Мы ищем наибольшее значение левой части уравнения, поэтому минимизируем знаменатель. Пусть $c=0$ $1+\frac{99a+9b}{a+b}\geq k$ $1+\frac{9a+9b}{a+b}+\frac{90a}{a+b}\geq k$ $10+\frac{90a}{a+b}\geq k$ b и c не могут быть нулями одновременно, поэтому пусть $b=1$ $10+\frac{90a}{a+1}\geq k$ Теперь левая часть принимает наибольшее значение при $a=9$ $k\leq 91$	Найдите наибольшее возможное целое k $\frac{700+10b+c}{7+b+c}=k$ $\frac{7+b+c}{7+b+c}+\frac{693+9b}{7+b+c}=k$ $1+\frac{693+9b}{7+b+c}=k$ Попробуем выделить не 1, а не 10 $\frac{70+10b+10c}{7+b+c}+\frac{630-9c}{7+b+c}=k$ $10+\frac{630-9c}{7+b+c}=k$ Если увеличивать b или c, то k уменьшается, поэтому для каждого значения $b+c$, начиная с наименьших, будем искать b и c такие, чтобы k было целым Если $b+c=0$, то это противоречит условию Если $b+c=1$, то целого k не будет Если $b+c=2$, то $k=80$ — наибольшее при $b=2$ и $c=0$ $k\leq 80$	Найдите наибольшее возможное k $\frac{100a+10b+c+10b+3}{100a+10b+c}=k$ $\frac{100a+10b+c}{100a+10b+c}+\frac{10b+3}{100a+10b+c}=k$ $1+\frac{10b+3}{100a+10b+c}=k$ Для максимизации k надо минимизировать c и a Учитывая, что $1\leq a\leq 9$ и $0\leq c\leq 9$ $k\leq 1+\frac{10b+3}{10b+100}$ $k\leq 1+\frac{10b+100}{10b+100}-\frac{97}{10b+100}$ $k\leq 2-\frac{97}{10b+100}$ Для максимизации k надо минимизировать дробь, а для этого надо максимизировать b Учитывая, что $0\leq b\leq 9$ $k\leq 2-\frac{97}{190}$ $k\leq\frac{283}{190}$

ОСТАТКИ

Сумма цифр числа имеет такой же остаток при делении на 3, как и само число
Сумма цифр числа имеет такой же остаток при делении на 9, как и само число







#5 из видеокурса	#77 из видеокурса
На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6. Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021? Все слагаемые, которые можно использовать, при делении на 5 дают остаток 1 1021 при делении на 5 тоже даёт остаток 1 1 слагаемое использоваться нельзя, т.к. 1021 не подходит 2 слагаемых дадут сумму, которая при делении на 5 даёт остаток 2 3 слагаемых дадут сумму, которая при делении на 5 даёт остаток 3 4 слагаемых дадут сумму, которая при делении на 5 даёт остаток 4 5 слагаемых дадут сумму, которая при делении на 5 даёт остаток 0 6 слагаемых дадут сумму, которая при делении на 5 даёт остаток 1 => число слагаемых ≥ 6	На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно сумме цифр первого, а третье равно сумме цифр второго. Может ли сумма этих чисел быть равна 2021? Сумма цифр числа имеет такой же остаток при делении на 3, как и само число => все три числа на доске имеют одинаковый остаток при делении на 3, т.е. 0 0 0 или 1 1 1 или 2 2 2 => итоговая сумма точно кратна 3, т.е. не может быть 2021