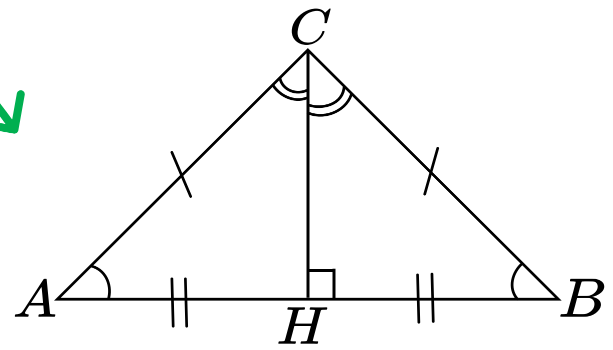
№1. ПЛАНИМЕТРИЯ

Треугольник

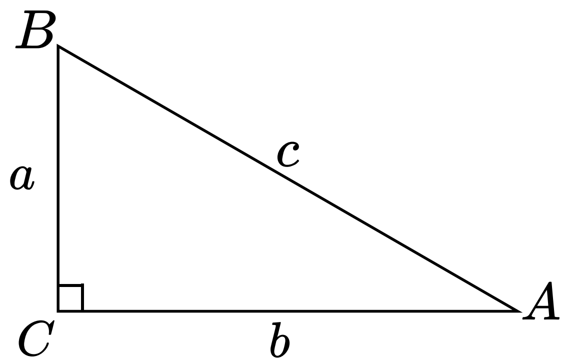
Равнобедренный треугольник

- $AC = CB$
- $\angle A = \angle B$
- CH — высота, медиана и биссектриса



Прямоугольный треугольник

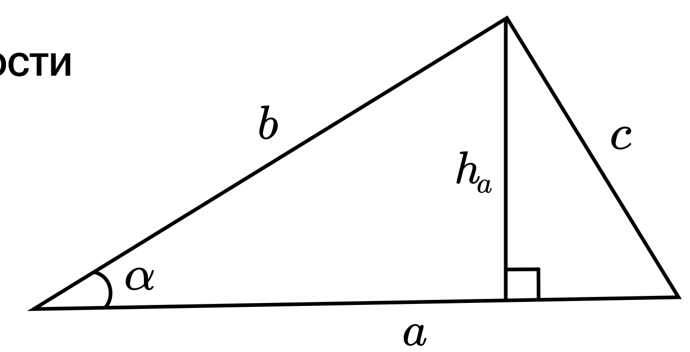
- $c^2 = a^2 + b^2$ — теорема Пифагора
- Если $\angle B = 30^\circ$, то $b = \dfrac{c}{2}$
- $\sin \angle A = \dfrac{BC}{AB} = \cos \angle B$
- $\cos \angle A = \dfrac{AC}{AB} = \sin \angle B$
- $\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{CB}{AC} = \operatorname{ctg} \angle B$
- $\operatorname{ctg} \angle A = \dfrac{AC}{CB} = \operatorname{tg} \angle B$



Площадь треугольника

Площадь произвольного треугольника можно вычислить по формулам

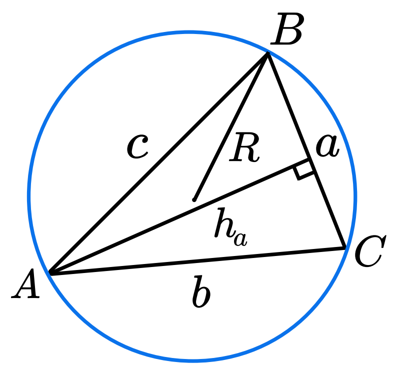
- $S = \dfrac{1}{2} a h_a$
- $S = \dfrac{1}{2} ab \cdot \sin\alpha, \alpha$ — угол между a и b
- $S = pr$, p — полупериметр, r — радиус вписанной окружности
- $S = \dfrac{abc}{4R}$, R — радиус описанной окружности
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ — формула Герона



Теорема синусов

Стороны произвольного треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

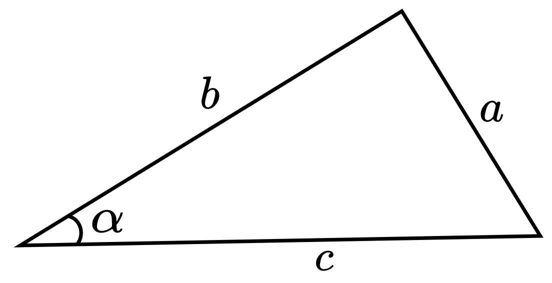
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\alpha$$



Признаки подобия двух треугольников

- По двум сторонам и углу между ними

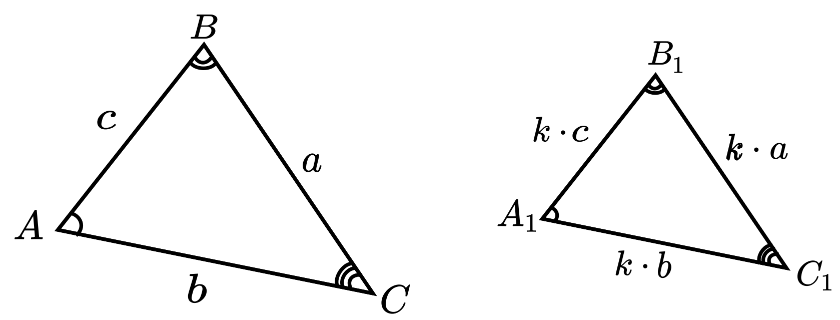
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}; \angle A = \angle A_1$$

- По трём сторонам

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

- По двум углам

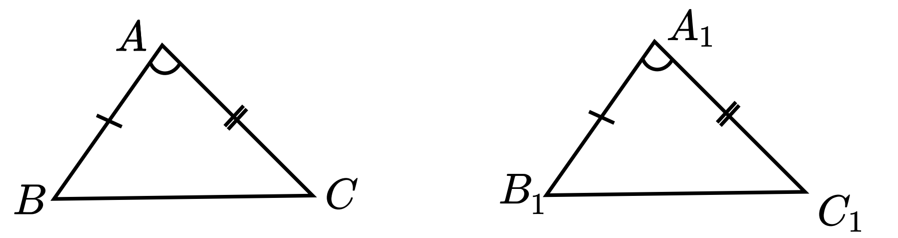
$$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1$$



Признаки равенства двух треугольников

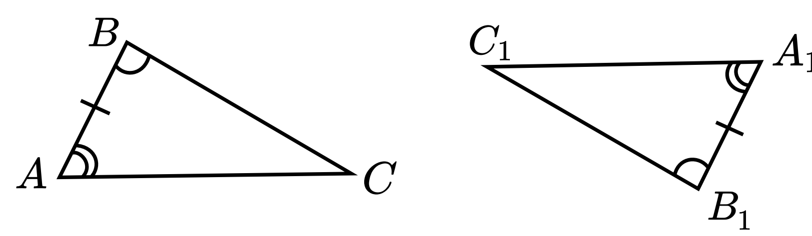
- По двум сторонам и углу между ними

$$AB = A_1B_1; AC = A_1C_1; \angle A = \angle A_1$$



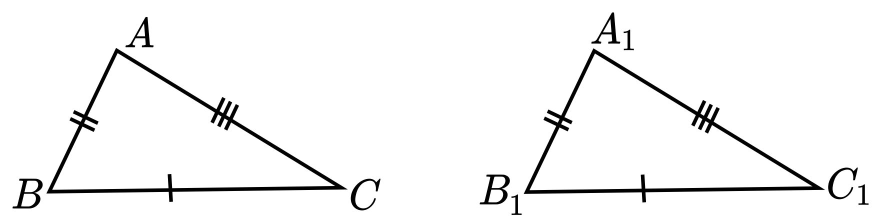
- По стороне и двум углам

$$AB = A_1B_1; \angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1$$



- По трём сторонам

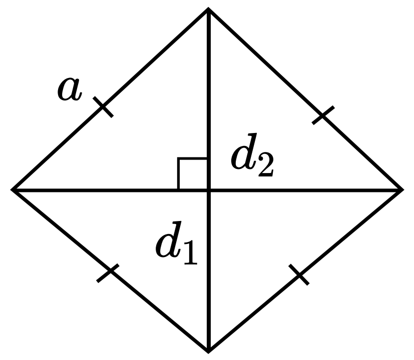
$$AB = A_1B_1; AC = A_1C_1; BC = B_1C_1$$



Четырёхугольники

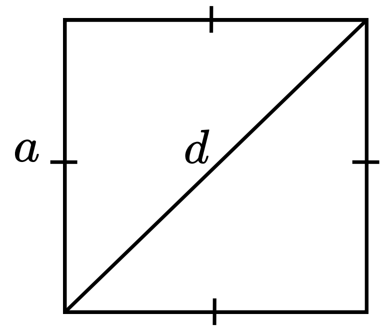
Ромб

- $S = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$, где d_1 и d_2 — диагонали



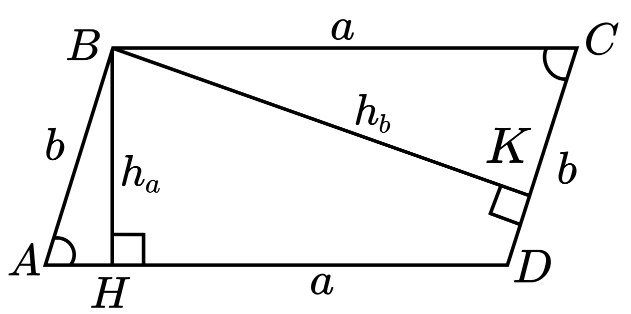
Квадрат

- $S = a^2$, где a — сторона
- $S = \dfrac{d^2}{2}$
- $d = a\sqrt{2}$, где d — диагональ



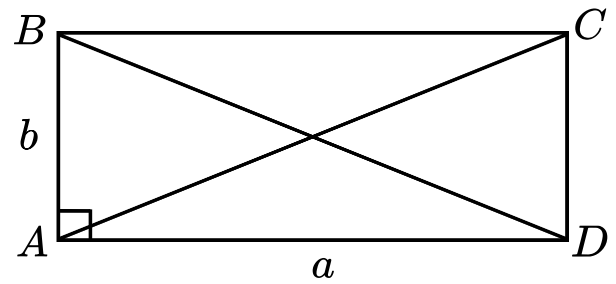
Параллелограмм

- $S = a \cdot h_a = b \cdot h_b = ab \cdot \sin A$



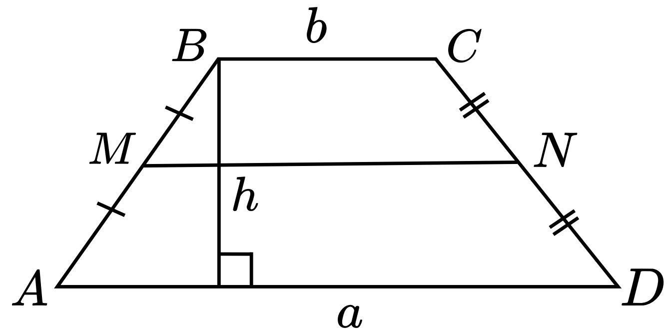
Прямоугольник

- $S = ab$



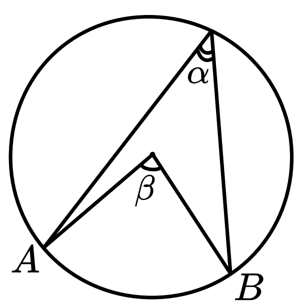
Трапеция

- $S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$
- $MN = \dfrac{AD + BC}{2}$

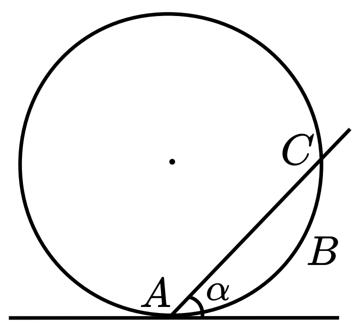


Окружность

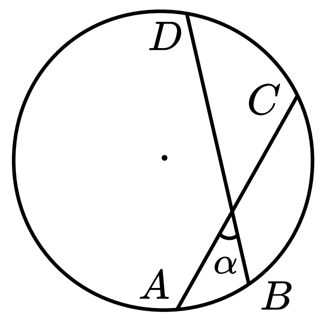
Углы между отрезками окружности



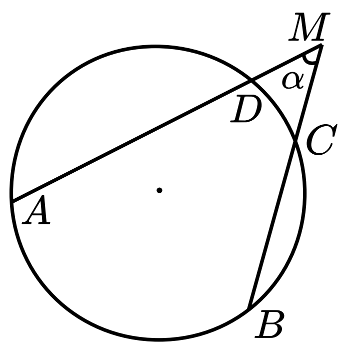
$\alpha = \dfrac{1}{2}\beta = \dfrac{1}{2}\breve{AB}$



$\alpha = \dfrac{1}{2}\breve{ABC}$

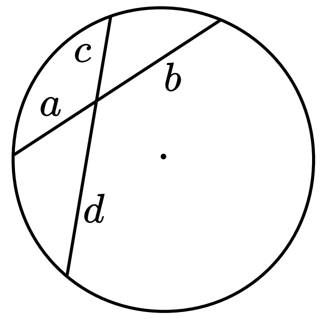


$\alpha = \dfrac{1}{2}(\breve{AB} + \breve{CD})$

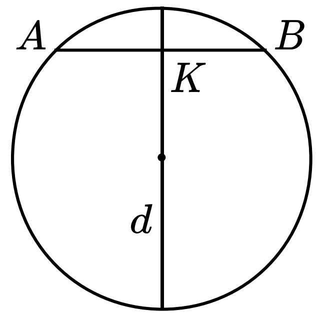


$\alpha = \dfrac{1}{2}(\breve{AB} - \breve{CD})$

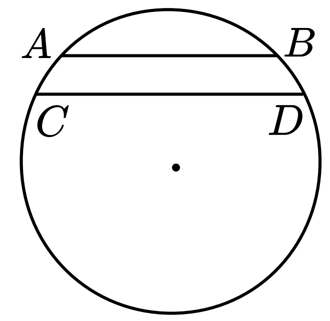
Отрезки в окружности



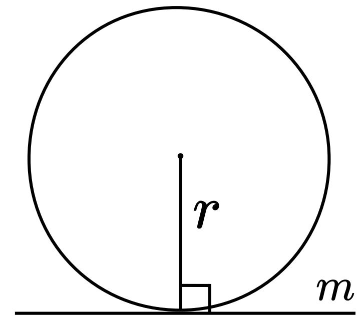
$a \cdot b = c \cdot d$



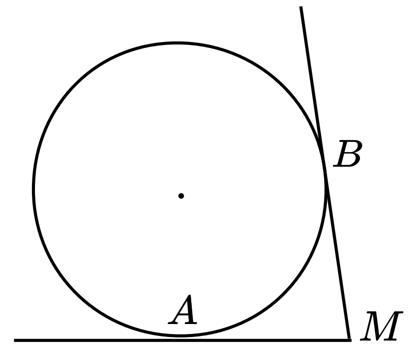
$d \perp AB \Leftrightarrow AK = KB$



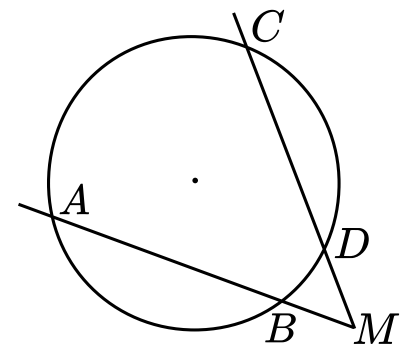
$AB \parallel CD \Leftrightarrow \breve{AC} = \breve{BD}$



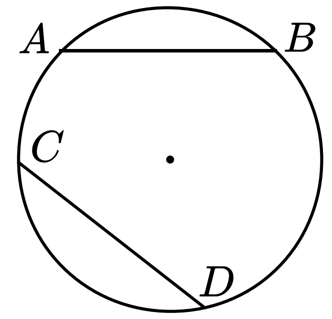
$r \perp m$



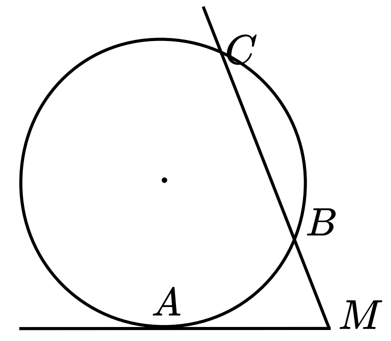
$MA = MB$



$MA \cdot MB = MC \cdot MD$



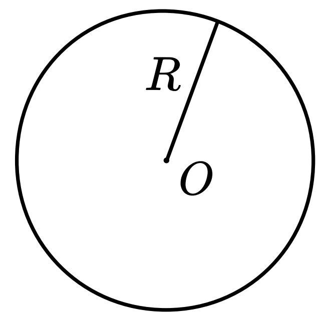
$AB = CD \Leftrightarrow \breve{AB} = \breve{CD}$



$MA^2 = MC \cdot MB$

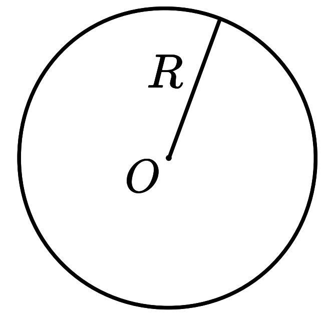
Окружность

- $l = 2\pi R$



Круг

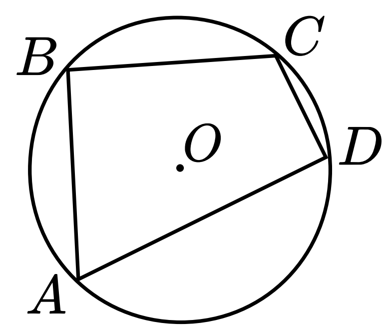
- $S = \pi R^2$



Четырёхугольник и окружность

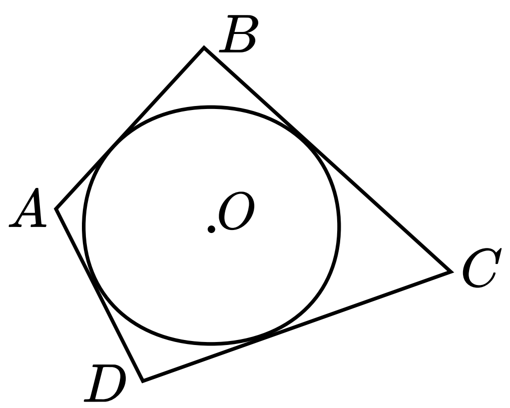
Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны 180°

- $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$



Четырёхугольник можно описать около окружности тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны

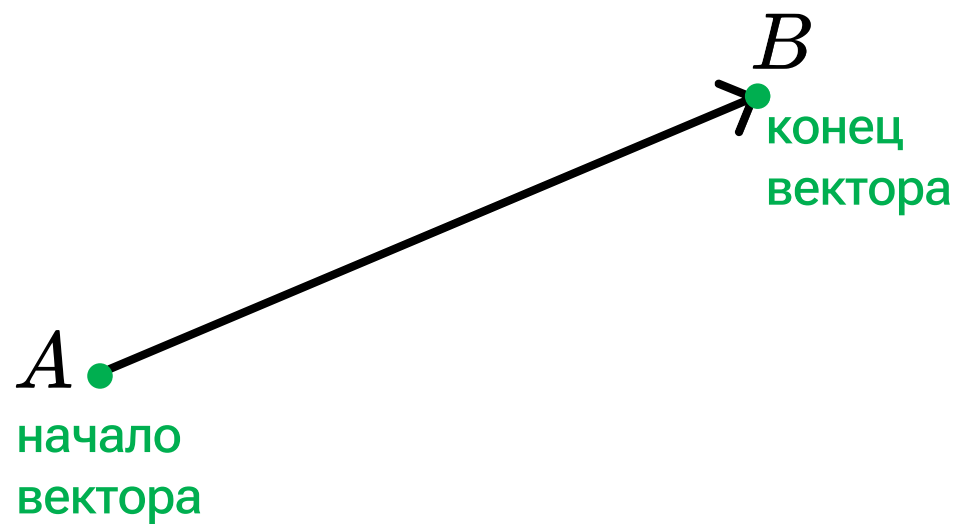
- $AB + CD = BC + AD$



№2. ВЕКТОРЫ

Вектор на плоскости

Вектор — это направленный отрезок



Координаты вектора — это разница координат конца и координат начала

- $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$
- $\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1;y_2-y_1\}$

Длину вектора можно найти по формуле

- $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

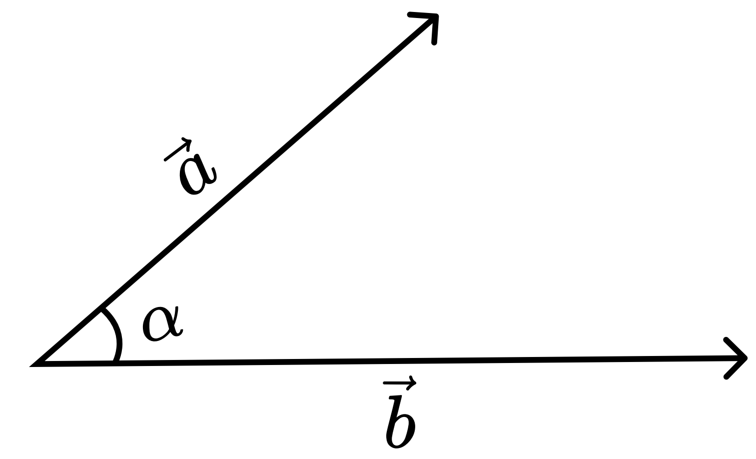
Действия с векторами

С векторами можно выполнять **различные операции:** складывать, вычитать и умножать на число

$$\vec{a}\{x_a;y_a\}, \vec{b}\{x_b;y_b\}$$

$\vec{a}+\vec{b}$	$\{x_a+x_b;y_a+y_b\}$
$\vec{a}-\vec{b}$	$\{x_a-x_b;y_a-y_b\}$
$k\cdot\vec{a}$	$\{k\cdot x_a;k\cdot y_a\}$

Скалярное произведение векторов



- $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha$,

где α — угол между векторами

Есть еще одна формула, в которой речь идёт уже про координаты

- $\vec{a}\{x_a;y_a\}, \vec{b}\{x_b;y_b\}$
- $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_a\cdot x_b+y_a\cdot y_b$

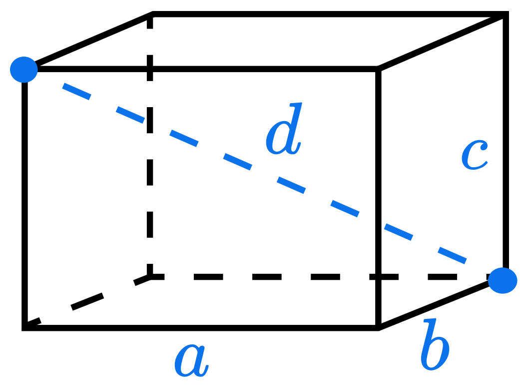
Совместив эти две формулы, можно получить следующее:

- $\cos\alpha=\dfrac{x_a\cdot x_b+y_a\cdot y_b}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$

№3. СТЕРЕОМЕТРИЯ

Многогранники

Параллелепипед

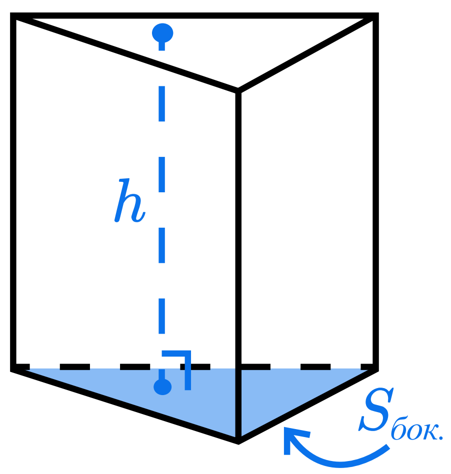


$$S = 2ab + 2ac + 2bc$$

$$V = abc$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Призма



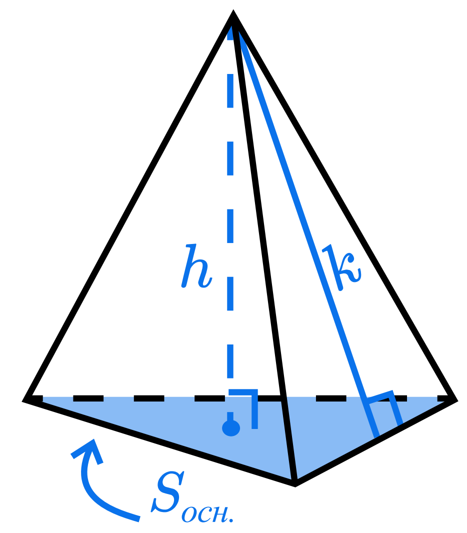
$$S_{бок.} = P_{осн.} \cdot h$$

$$S_{полн.} = P_{осн.} \cdot h + 2S_{осн.}$$

(для прямой призмы, где h — боковое ребро)

$$V = S_{осн.} \cdot h$$

Пирамида



$$S_{бок.} = \frac{1}{2} P_{осн.} \cdot k$$

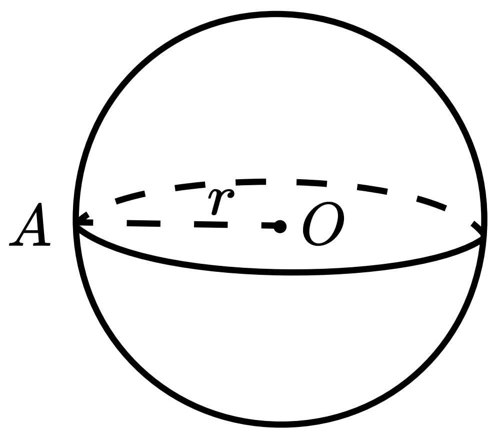
(для правильной пирамиды, где k — апофема)

$$S_{полн.} = S_{бок.} + S_{осн.}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{осн.} \cdot h$$

Фигуры вращения

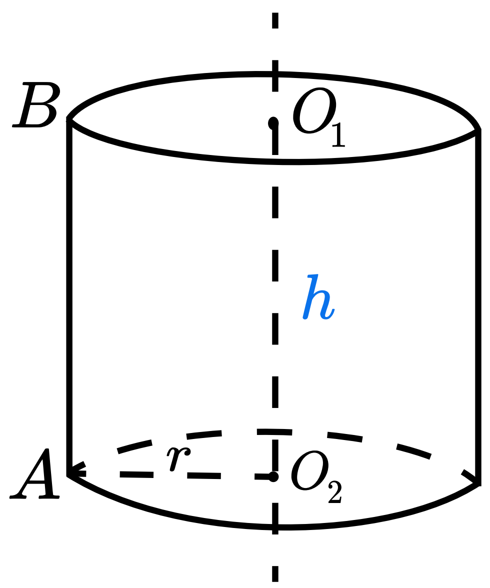
Шар



$$S = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Цилиндр

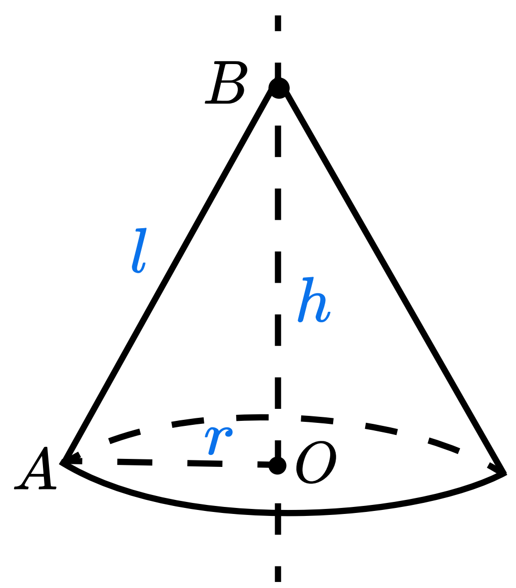


$$S = 2\pi r h$$

$$S_{полн.} = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$V = \pi r^2 h$$

Конус



$$l^2 = r^2 + h^2$$

$$S_{бок.} = \pi r l$$

(l — образующая)

$$S_{общ.} = \pi r l + \pi r^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Бонус: коэффицент подобия

$$k = \frac{h_1}{h_2};\ k^2 = \frac{S_1}{S_2};\ k^3 = \frac{V_1}{V_2}$$

№4 И №5. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

1. Вероятность события A обозначается как $p(A)$ и находится по формуле

$$p(A)=\frac{\text{количество благоприятных исходов}}{\text{количество всех исходов}}$$

2. Противоположное событие к A обозначается как $\bar{A}$, а их сумма их вероятностей равна 1

$$p(A)+p(\bar{A})=1 \to p(A)=1-p(\bar{A})$$

3. Закон **сложения несовместных** событий

   Вероятность того, что произойдёт событие A или событие B, при условии, что они **несовместные**, можно найти по формуле

$$p(A \text{ или } B)=p(A)+p(B)$$

4. Закон **умножения независимых** событий

   Вероятность того, что произойдёт событие A или событие B при условии, что они **независимые**, можно найти по формуле

$$p(A \text{ и } B)=p(A)\cdot p(B)$$

5. Закон **умножения зависимых** событий

   Вероятность того, что произойдёт событие A или событие B при условии, что они **зависимые**, можно найти по формуле

$$p(A \text{ и } B)=p(A)\cdot p(B|A)$$

   Здесь $p(B|A)$ — вероятность события B при условии, что произошло событие A

6. Закон **сложения совместных** событий

   Если события **совместные**, то мы должны учитывать вероятность их одновременного появления. В этом случае формула сложения вероятностей будет выглядеть так:

$$p(A \text{ или } B)=p(A)+p(B)-p(A \text{ и } B)$$

7. Закон **«хотя бы одно»**

   Когда событий много, посчитать вероятность перебором очень долго, поэтому можно посчитать вероятность единственного противоположного события и вычесть его из единицы

$$p(\text{хотя бы одно})=1-p(\text{ни одно})$$

№6. УРАВНЕНИЯ

Простейшие уравнения

- **Линейные**

  $ax+b=0 \to x=-\frac{b}{a}$

- **Квадратные**

  $ax^2+bx+c=0 \to x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

- **Показательные**

  $a^x=b \to a^x=a^y \to x=y$ (где $a^y=b$)

- **Логарифмические**

  $\log_a x=b \to x=a^b$

№7. СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ, КОРНЕЙ И ЛОГАРИФМОВ

Корни и степени

$a^0=1, a\neq 0$

$a^1=a$

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

$(a^m)^n=a^{m\cdot n}$

$(ab)^n=a^n\cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

$a>0, b>0$

$\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

$(\sqrt[n]{a})^n=a$

$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$

$\sqrt[m\cdot n]{a^m}=\sqrt[n]{a}$

Логарифмы

$\log_a b=c \leftrightarrow a^c=b\ (a>0, a\neq 1, b>0)$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b}=b$$

Свойства логарифмов

$\log_a 1=0$

$\log_a a=1$

$\log_a b^m=m\cdot\log_a b$

$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\cdot\log_a b$

$\log_{a^n} b^n=\log_a b$

$\log_a b+\log_a c=\log_a(b\cdot c)$

$\log_a b-\log_a c=\log_a\frac{b}{c}$

$\log_a b\cdot\log_b a=1$

$\log_a b\cdot\log_c d=\log_c b\cdot\log_a d$

$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

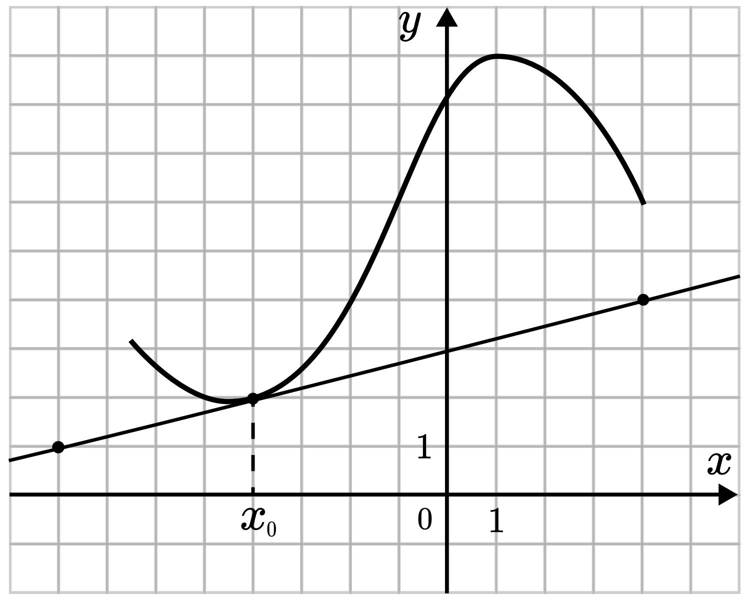
$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$

$a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$

№8 И №12 ПРОИЗВОДНАЯ

№8.1

Дан график функции. Проведена касательная.
Найти $f'(x_0)$



Геометрический смысл производной

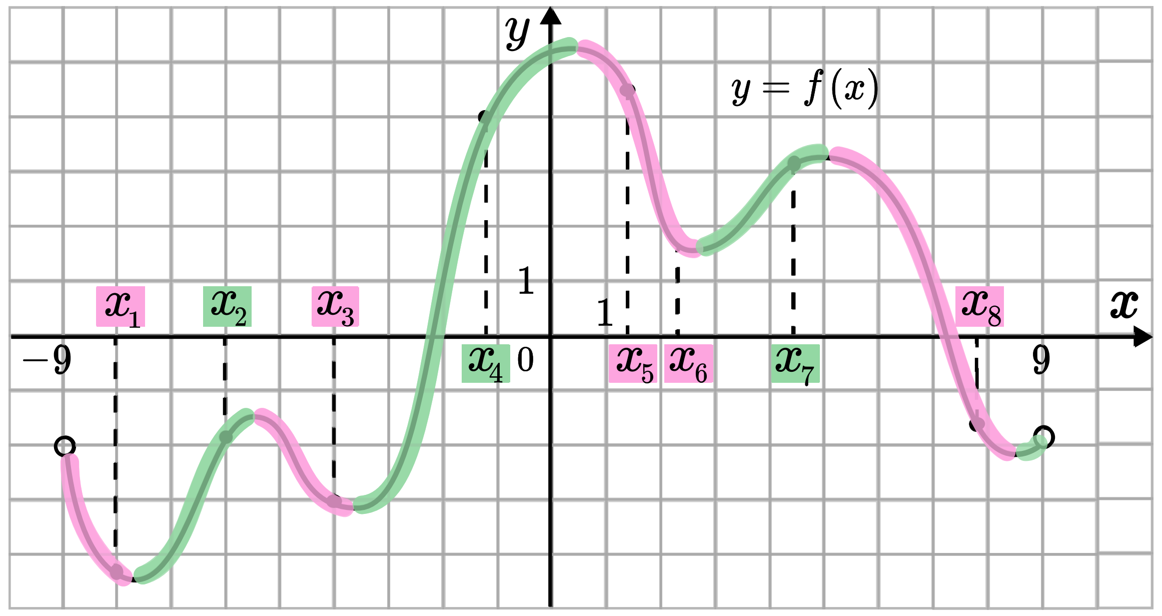
$$f'(x_0) = k,$$

где k — угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в этой точке

$f(x)$	возрастает	убывает
$f'(x)$	положительная	отрицательная

№8.2

Дан график функции. Определи в скольких точках производная положительная/ отрицательная?



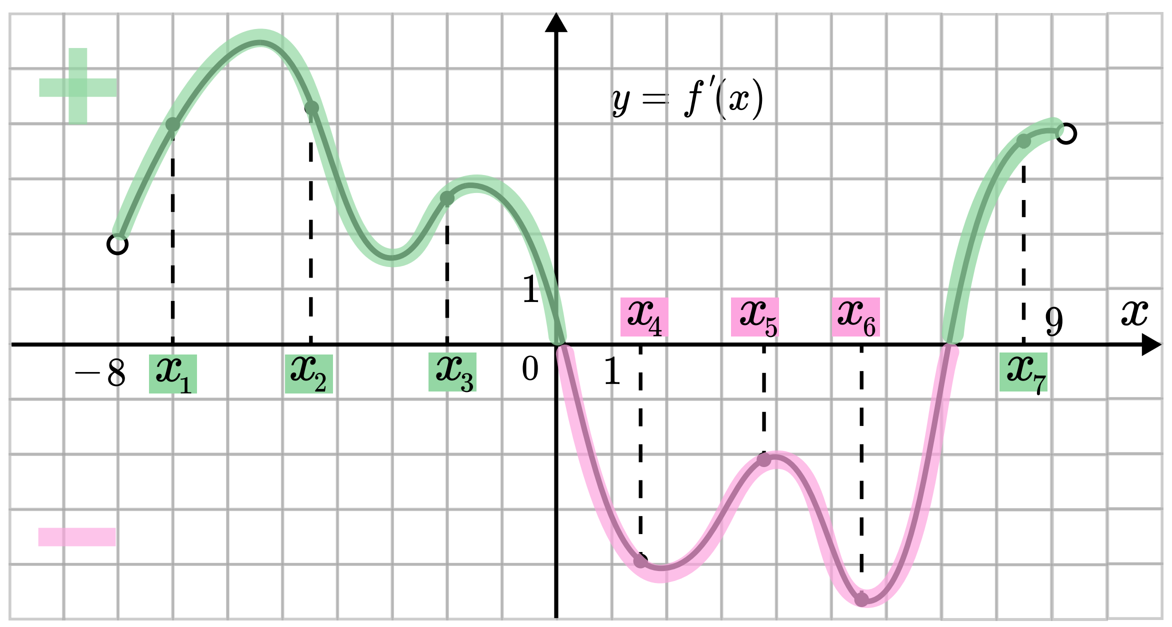
Положительная в точках, расположенных на промежутках возрастания функции: x_2, x_4, x_7

Отрицательная в точках, расположенных на промежутках убывания функции: x_1, x_3, x_5, x_6, x_8

Ответ: 3; 5

№8.3

Дан график производной. Определи в скольких точках функция возрастает/ убывает



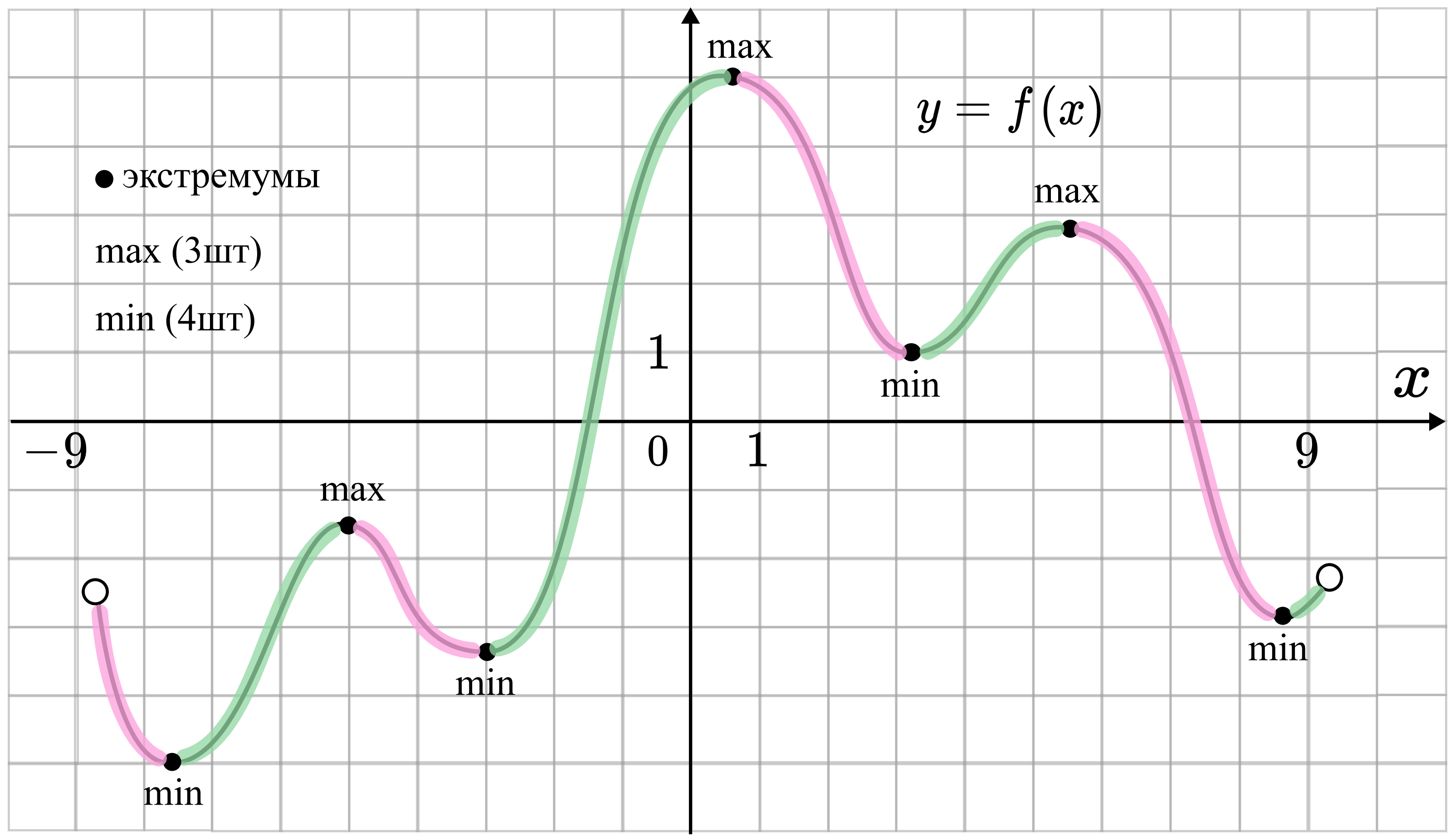
В точках, ордината которых **положительная:** x_1, x_2, x_3, x_7

В точках, ордината которых **отрицательная:** x_4, x_5, x_6

Ответ: 4; 3

№8.5

Дан график функции. Определить количество точек минимума (или максимума)



Экстремум
точки смены поведения (монотонности) функции

Точки максимума

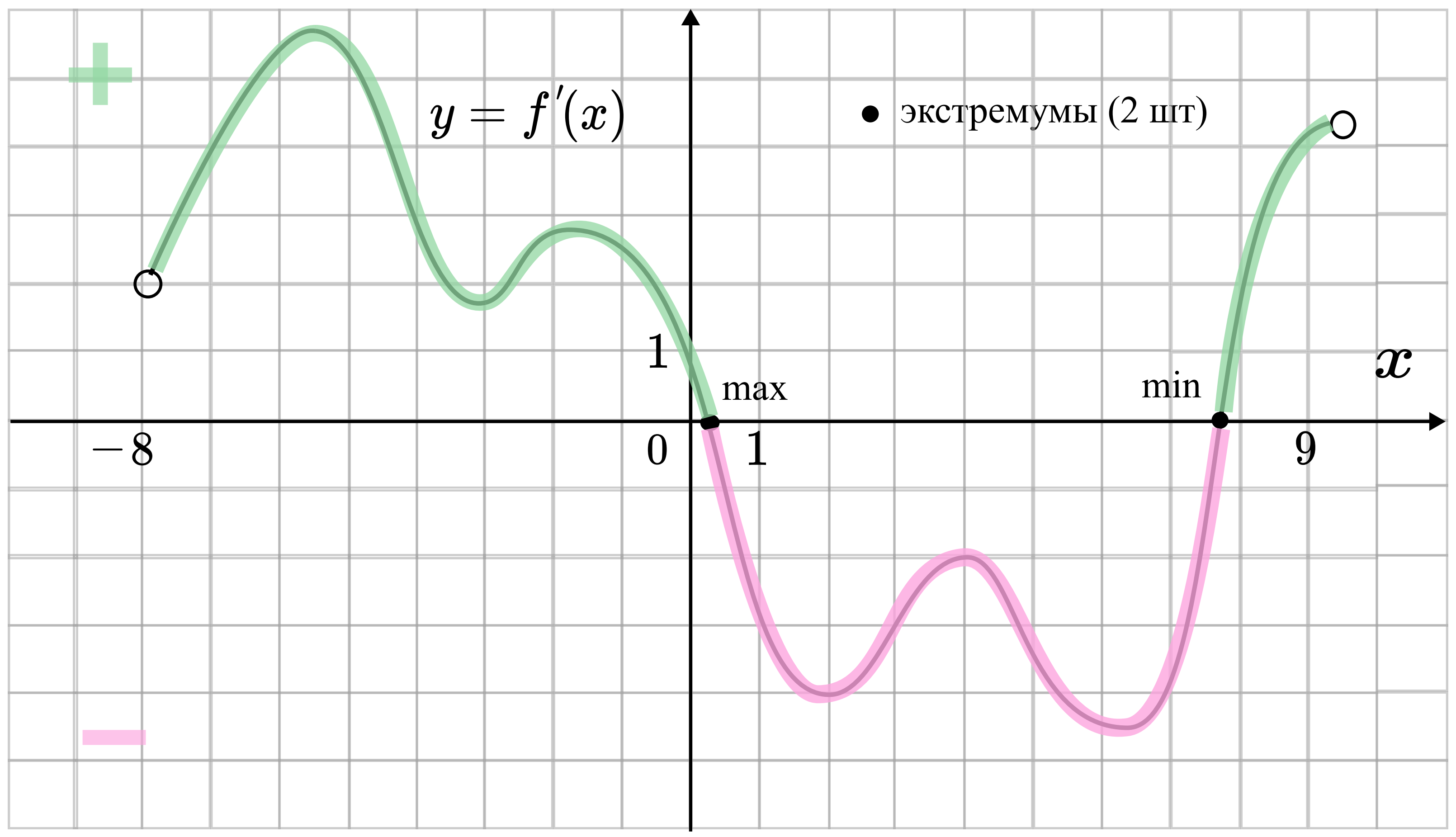
«Бугры», то есть смена монотонности функции с возрастания на убывание

Точки минимума

«Ямы», то есть смена монотонности функции с убывания на возрастание

№8.6

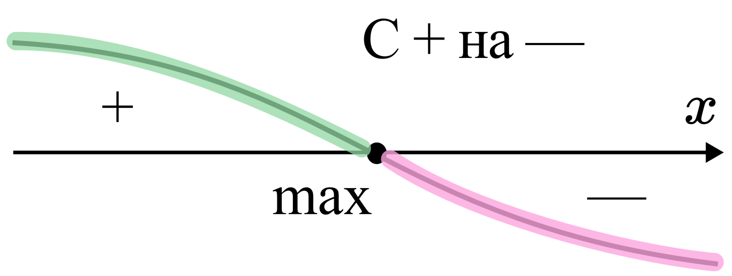
Дан график производной. Определить количество точек минимума (или максимума)



Экстремум
точки, в которых производная равна нулю (точки пересечения с осью OX)

Точки максимума

Функция убывает и пересекает ось OX



Точки минимума

Функция возрастает и пересекает ось OX

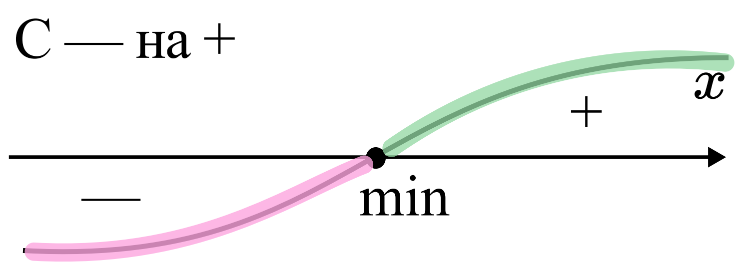


Таблица производных

$(\text{число})' = 0$	$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \cdot \ln a}$
$x' = 1$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$
$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(e^x)' = e^x$	$(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

Правила дифференцирования

$(f \pm g)' = f' \pm g'$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
$(\text{число} \cdot f)' = \text{число} \cdot f'$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

Производная сложной функции

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Физический смысл производной

Для функции зависимости координаты тела от времени первая производная — скорость, а вторая производная — ускорение

- $x'(t) = \vartheta(t)$
- $x''(t) = a(t)$

Алгоритм решения задания №12

Дано $y = f(x)$ — функция

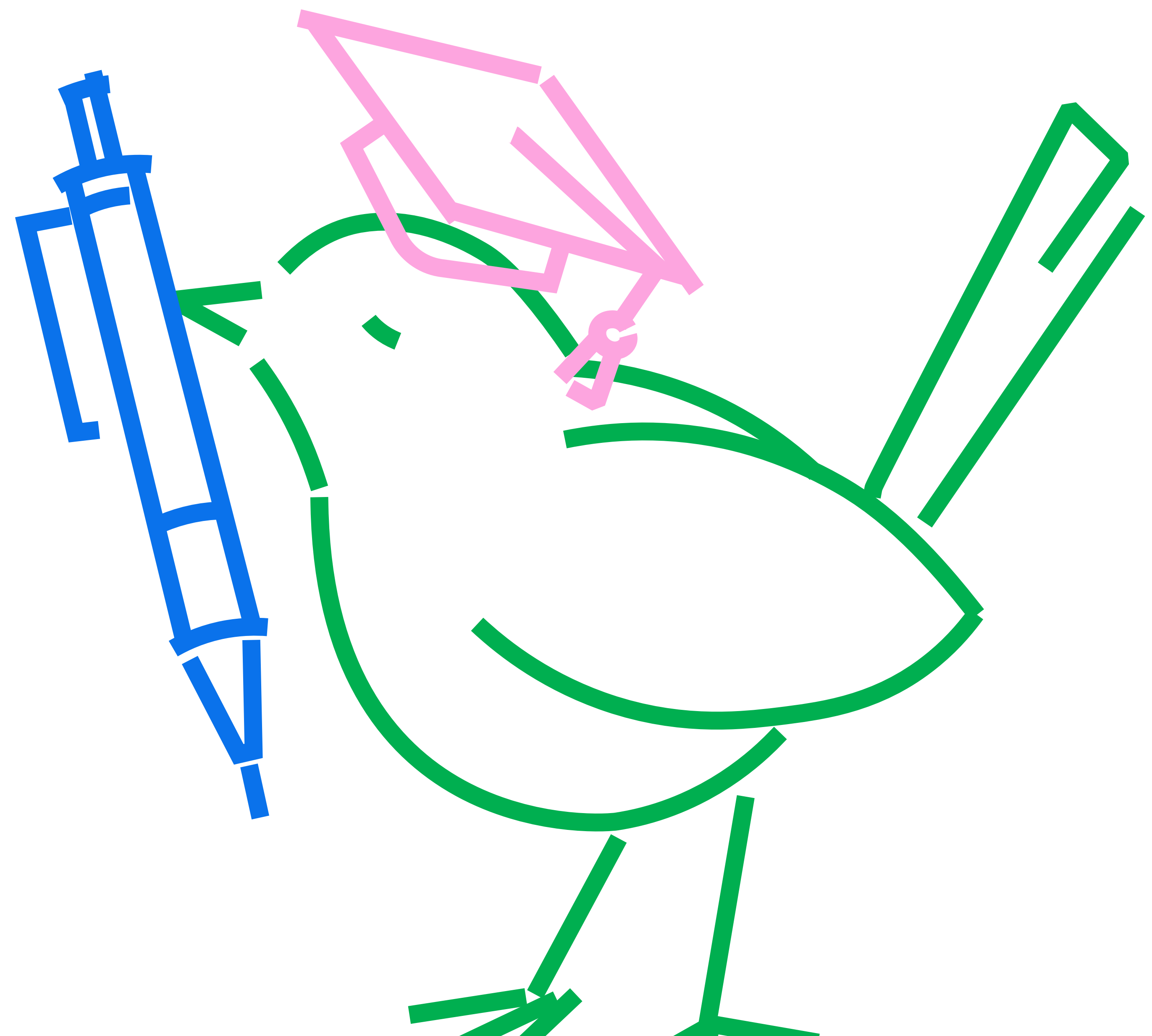
Найти точку max/min (значение x)	Найти наибольшее или наименьшее значение функции (значение y)

Шаг 1. Найти производную $y = f'(x)$

Шаг 2. Найти нули производной $f'(x) = 0$ и решить уравнение

Шаг 3. Отметить нули на оси, расставить знаки производной на интервалах, определить max/min

Шаг 4. Выбрать нужную точку и выписать ответ	**Шаг 4.** Подставить в исходную функцию значения max/min (в некоторых случаях, граничные значения промежутка). Посчитать значение и выписать ответ



№11. ГРАФИКИ

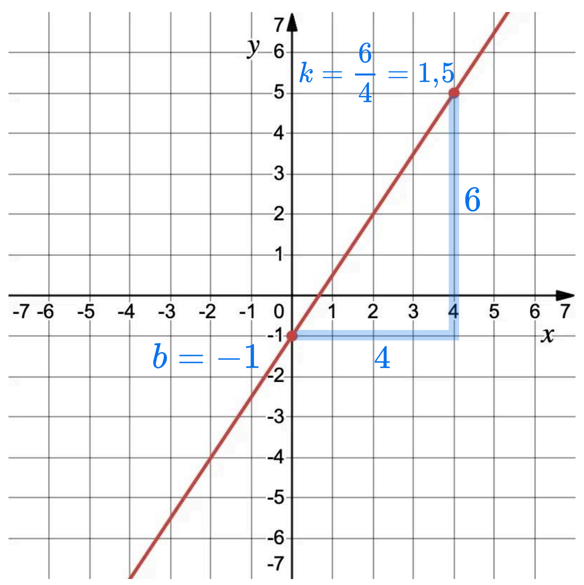
Линейная функция $y = kx + b$

b — ордината точки пересечения прямой с осью

$k = \operatorname{tg}\alpha$ — угловой коэффициент Oy

График — прямая

$k > 0$

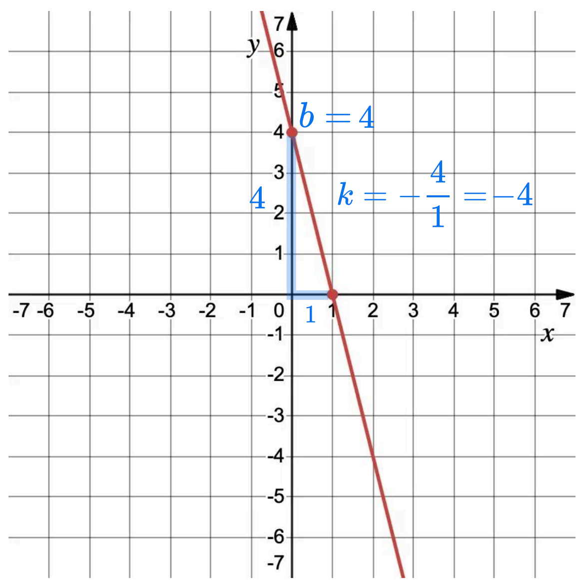


$$k = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

$$b = -1$$

$$y = 1{,}5x - 1$$

$k < 0$



$$k = -\frac{4}{1} = -4$$

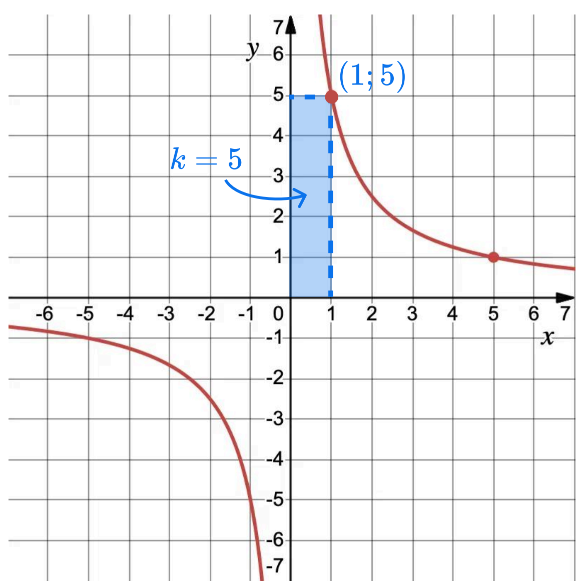
$$b = 4$$

$$y = -4x + 4$$

Функция обратной пропорциональности $y = \dfrac{k}{x}$

График — гипербола

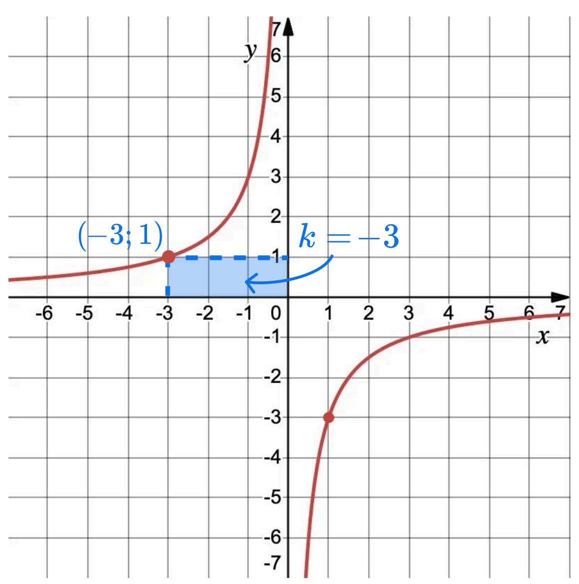
$k > 0$



$$(1; 5) \to \frac{k}{1} = 5 \to k = 5$$

$$y = \frac{5}{x}$$

$k < 0$



$$(-3; 1) \to -\frac{k}{3} = 1 \to k = -3$$

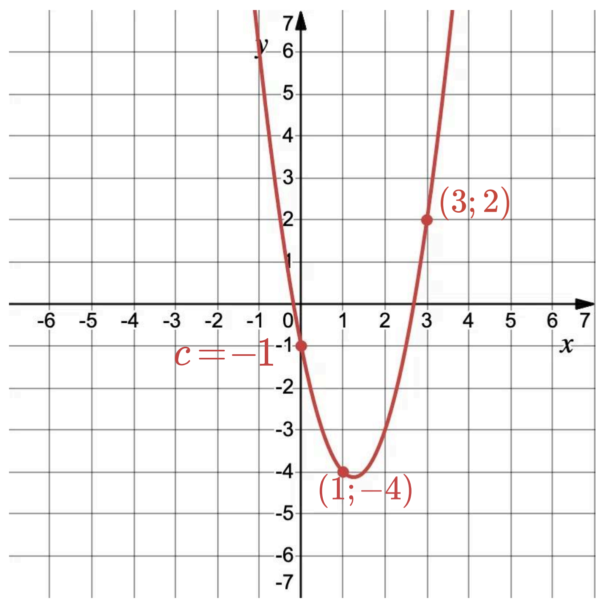
$$y = -\frac{3}{x}$$

Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$

c — ордината точки пересечения с Oy

a определяет направление ветвей

График — парабола



Точка пересечения с Oy – $(0; -1) \to c = -1$

$$y = ax^2 + bx - 1$$

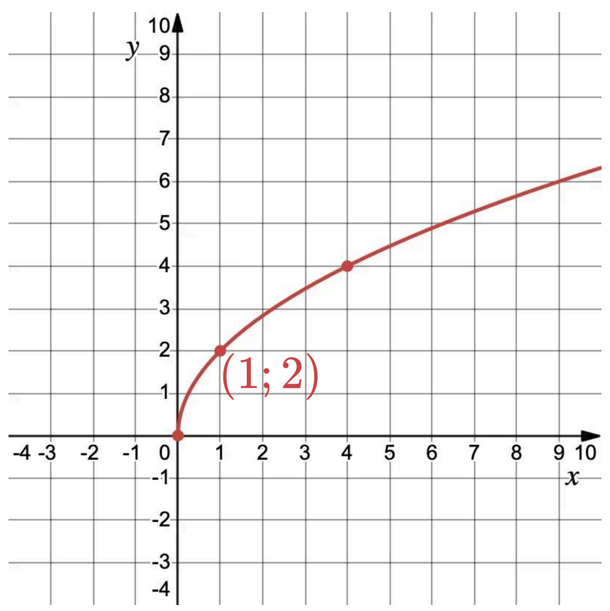
$$(1; -4) \to a + b - 1 = -4$$

$$(3; 2) \to 9a + 3b - 1 = 2$$

$$\begin{cases} a + b = -3 \\ 3a + b = 1 \end{cases} \to \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$y = 2x^2 - 5x - 1$$

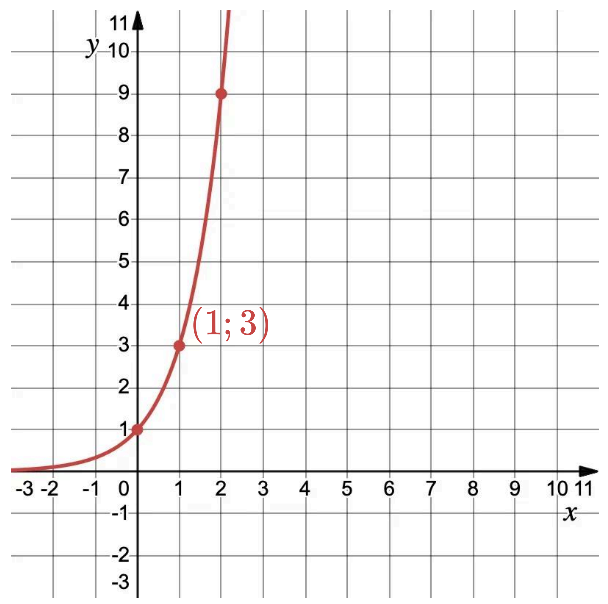
Функция квадратного арифметического корня $y = k\sqrt{x}$



$$(1; 2) \to a\sqrt{1} = 2 \to a = 2$$

$$y = 2\sqrt{x}$$

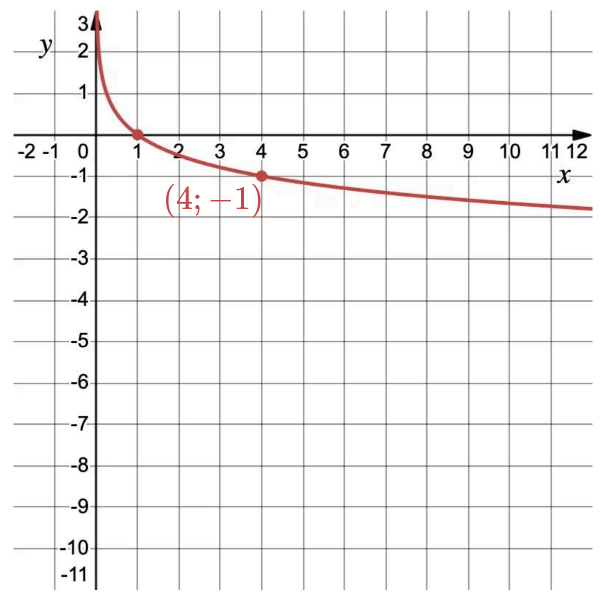
Показательная функция $y = a^x$



$$(1; 3) \to a^1 = 3 \to a = 3$$

$$y = 3^x$$

Логарифмическая функция $y = \log_a x$



$$(4; -1) \to$$

$$\log_a 4 = -1 \to$$

$$a = \frac{1}{4} \to$$

$$y = \log_{\frac{1}{4}} x$$

№13. ТРИГОНОМЕТРИЯ

Основные углы

α	$0/0^\circ$	$\frac{\pi}{6}/30^\circ$	$\frac{\pi}{4}/45^\circ$	$\frac{\pi}{3}/60^\circ$	$\frac{\pi}{2}/90^\circ$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не сущ.
$\operatorname{ctg}\alpha$	не сущ.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Тангенс и котангенс

- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
- $\operatorname{tg}^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$
- $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Формулы суммы/разности

- $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
- $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
- $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$
- $\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$

Формулы двойных углов

- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$
- $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$

Простейшие тригонометрические уравнения

$$\sin x = a$$

Если $a \in [-1;1]$	Если $a \notin [-1;1]$
$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right.$ или $x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi k, k \in Z$	НЕТ РЕШЕНИЙ

$$\cos x = a$$

Если $a \in [-1;1]$	Если $a \notin [-1;1]$
$x = \pm\arccos a + 2\pi k, k \in Z$	НЕТ РЕШЕНИЙ

$\operatorname{tg} x = a$	$\operatorname{ctg} x = a$
$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$

Свойства функций

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$	$\sin(2\pi n + \alpha) = \sin\alpha, T_0 = 2\pi$
$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$	$\cos(2\pi n + \alpha) = \cos\alpha, T_0 = 2\pi$
$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}(\pi n + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha, T_0 = \pi$
$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}(\pi n + \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha, T_0 = \pi$

Сумма функций

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\beta - \alpha}{2}$$

Особый случай

$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = 0$	$x = \pi n, n \in Z$
$\cos x = 1$	$x = 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
$\operatorname{tg} x = 0$	$x = \pi n, n \in Z$
$\operatorname{ctg} x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

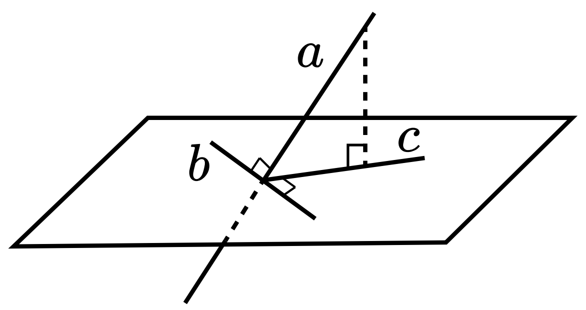
№14. СТЕРЕОМЕТРИЯ

Аксиомы стереометрии

- Для любой плоскости существуют точки, лежащие в этой плоскости, и точки, не лежащие в ней
- Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку и содержащую все общие точки данных плоскостей
- Через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость и притом только одну

Теорема о трёх перпендикулярах

Если прямая, проведённая на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна её проекции, то она перпендикулярна и самой наклонной



$$c \perp b \Leftrightarrow a \perp b$$

№15. НЕРАВЕНСТВА

Ограничения

Это очень важная часть при решении любого уравнения. От верно определённых ограничений зачастую зависит ответ и количество баллов, которые мы получим за задание в ЕГЭ

Случай	Ограничения
$\log_a b$	$\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$
$\dfrac{1}{P(x)}$	$P(x) \neq 0$
$\sqrt{P(x)}$	$P(x) \geq 0$
$\dfrac{1}{\sqrt{P(x)}}$	$P(x) > 0$
$\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$	$\cos x \neq 0$ $x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$	$\sin x \neq 0$ $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$

№16. ЭКОНОМИКА

Аннуитетные (фиксированные) платежи

Признаки

- Срок кредита не более 5 лет
- В задаче указаны доп условия для платежей: «равные», «первый в 2 раза — больше второго», «130 000 и 150 000» и тд.

Точно пригодится

- $p = 1 + 0{,}01r$ — коэффициент, показывающий, во сколько раз увеличится сумма долга после очередной выплаты
- (kx) — общая сумма выплат при равных платежах
- $(kx–S)$ — переплата по кредиту при равных платежах
- Последний остаток равен 0, именно это уравнение и нужно будет решить
- Если выплаты разные, то вместо x можно использовать x_1, x_2, x_3 и тд.

Дифференцированные платежи

Признаки

- Срок кредита обычно больше 5 лет, либо его нужно найти
- «Долг должен быть на одну и ту же сумму меньше», «долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей» и тд.

Платёж состоит из двух частей

- Погашение основной суммы кредита
- Выплата процентов по кредиту

Пригодится формула суммы арифметической прогрессии

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

Тогда общая сумма выплат

$$W = S + 0{,}01r \cdot \left(S + \frac{S}{k}\right) \cdot \frac{k}{2} = S \cdot 0{,}01r \cdot \frac{S(k+1)}{2}$$

№18. ПАРАМЕТР

Графический в системе Oxy

Признак 1. Система уравнений/неравенств с двумя переменными x, y

Пример

При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{y^2 - xy - 7y + 5x + 10}{\sqrt{5-x}} = 0 \\ y = ax - 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Признак 2. Уравнение, у которого левая и правая часть напоминают уравнение какого-то графика

Пример

При каких значениях параметра a уравнение

$$ax + \sqrt{-7 - 8x - x^2} = 2a + 3$$

имеет ровно 1 корень?

Уравнение можно превратить в систему:

$$\begin{cases} y = ax - 2a - 3 \\ y = -\sqrt{-7 - 8x - x^2} \end{cases},$$

где первое уравнение — это пучок прямых, а второе — уравнение полуокружности

Графический в системе Oxa

Признак 1. Системы неравенств

Пример

При каких значениях параметра a система неравенств

$$\begin{cases} ax \geq 2 \\ \sqrt{x-1} > a \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы 1 решение на отрезке $[3; 4]$?

Признак 2. Уравнения с модулем

Пример

При каких значениях параметра a уравнение

$$x^2 + a^2 + x - 7a = |7x + a|$$

имеет более двух различных корней?

Признак 3. Уравнения со сложным ОДЗ

Пример

При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x^2 - 10x + a^2}{\sqrt{(a - x + 8)(a + x - 3)}} = 0$$

имеет ровно 1 корень на отрезке $[2; 6]$?

Здесь ОДЗ: $(a - x + 8)(a + x - 3) > 0$

Аналитический

Признак. Уравнение, которое можно свести к набору линейных/квадратных уравнений

Пример

Найдите значения параметра a при которых уравнение

$$(5x - 3a - \sqrt{3} + \operatorname{tg} x)^2 = (5x - 3a + \sqrt{3} - \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственный корень на отрезке $[0; \pi]$